Suche nach Dipolanisotropien in der elektromagnetischen Komponente der kosmischen Strahlung mit den H.E.S.S.-Cherenkov-Teleskopen

Diplomarbeit

vorgelegt von
Marco Prüser

Institut für Experimentalphysik
Universität Hamburg

Hamburg,
November 2012

Inhaltsangabe

Die Messungen des Energiespektrums hochenergetischer Elektronen und Positronen der kosmischen Strahlung ergeben oberhalb von einigen GeV einen Überschuss im Vergleich zum vorhergesagten Spektrum. Zusätzlich steigt der Positronenanteil ab ca. 10 GeV an. Diese Beobachtungen deuten darauf hin, dass einzelne Quellen für die Entstehung des Elektronen- und Positronenüberschusses verantwortlich sind. Der schnelle Energieverlust hochenergetischer Elektronen und Positronen schränkt die Entfernung möglicher Quellen auf etwa 1 kpc ein. Durch Beiträge einzelner Quellen in dieser Entfernung ist zu erwarten, dass der e^-e^+-Fluss die Erde anisotrop erreicht. Für die Erklärung der Beiträge zum gemessenen Überschuss wurden in zahlreichen Veröffentlichungen bereits Annihilationsprodukte dunkler Materie sowie naheliegende Pulsare diskutiert. In dieser Arbeit werden obere Grenzen auf Dipolamplituden möglicher Anisotropien mit Messdaten des H.E.S.S.-Experiments im Elektronen- und Positronenanteil der kosmischen Strahlung ermittelt und mit bisherigen oberen Grenzen verglichen. Es wird gezeigt, dass durch die in dieser Arbeit verwendete Methode sehr gute Einschränkungen gemacht werden können, die in naher Zukunft eventuell dazu beitragen können, einige Erklärungsmöglichkeiten bezüglich des Ursprungs der überschüssigen Elektronen und Positronen im hochenergetischen Spektrum auszuschließen.

Abstract

The measured spectrum of high-energy cosmic ray electrons and positrons above a few GeV deviates from the predicted spectrum as an excess. An additional excess of the positron fraction is observed above 10 GeV. With respect to these observations the measured excess should be due to single sources accelerating electrons and positrons. The distance of possible sources contributing to the excess is limited to approximatly 1 kpc by energy losses of high energy electrons. The contributions of sources at those distances let us expect an anisotropical arrival of e^-e^+-particles. Many papers have been published discussing annihilation products of dark matter particles or nearby pulsars as origins of electrons and positrons. In this thesis upper limits on dipole amplitudes of possible anisotropies in the electron and positron fraction of cosmic radiation are calculated using H.E.S.S.-data. They will be compared to previous upper limits. It will be demonstrated that the method used in this thesis supplies very good contstraints concerning dipole anisotropies which can be used to exclude some production mechanisms of cosmic ray electrons and positrons in future.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Elektronen der kosmischen Strahlung **3**
2.1 Energieverluste von Elektronen 3
2.2 Beobachtungen 5
2.3 Anisotropien der Elektronen 7
2.4 Erklärungsansätze 12

3 H.E.S.S.-Experiment **15**
3.1 Abbildende Cherenkov-Teleskope 15
3.2 Hillas-Technik 19

4 Koordinatensysteme und Darstellung **21**
4.1 Astronomische Koordinatensysteme 21
4.2 Winkelabstände 23
4.3 Healpy 24

5 Verwendete Daten **27**
5.1 Elektron-Proton-Separation 27
5.2 Datensatz 30
5.3 Effizienz 33
5.4 Systematische Effekte 35

6 Suche nach Dipolanisotropien **43**
6.1 χ^2-Methode 43
6.2 Ergebnisse 45
6.2.1 Bestimmung möglicher Dipolamplituden 48
6.2.2 Bestimmung oberer Grenzen möglicher Dipolamplituden 49

7 Interpretation und Ausblick **55**

8 Zusammenfassung **57**

Literaturverzeichnis **59**

Abbildungsverzeichnis **63**

Tabellenverzeichnis **65**

A Anhang **67**
A.1 Raten der beobachteten Quellen 67
A.2 Bestimmung der Protonenanteile im Bereich $\zeta > 0,9$ 70
A.3 Umsetzung der Methode 70
A.4 Abhängigkeiten der oberen Grenzen 72

Kapitel 1

Einleitung

Schon immer hatte die Menschheit ein großes Interesse daran zu verstehen, was sich hinter dem Anblick verbirgt, der sich uns beim Blick in den Himmel offenbart. Beobachtungen von Himmelsobjekten, wie z.B. Sternen oder Planeten, sowie die Beobachtungen verschiedener Phänomene, wie einer Mondfinsternis oder Meteoren, die in die Erdatmosphäre eindringen und dabei verglühen, brachten Fragen nach ihren Ursprüngen mit sich. Im Laufe der Zeit wurden die Bewegungen einzelner Objekte beschrieben und als Hilfe zur Definition von Tages- und Jahreszeiten benutzt. Abgesehen von Dingen, die mit bloßem Auge zu sehen sind, beschäftigt sich die Astronomie heutzutage auch mit Messungen elektromagnetischer Strahlung, die den sichtbaren Bereich sowohl zum kurzwelligen als auch zum langwelligen Bereich überschreiten.

Neben der elektromagnetischen Strahlung gibt es außerdem auch Teilchen, die durch das Universum propagieren. Die Art von Strahlung, die aus Teilchen besteht, wird als kosmische Strahlung bezeichnet. Messungen des Elektronenspektrums kosmischer Strahlung weisen verglichen mit Vorhersagen einen Überschuss und einen Anstieg des Positronenanteils im hochenergetischen Bereich auf. Für die Erklärung dieser Abweichungen kommen wegen starker Energieverluste der hochenergetischen Elektronen nur Beiträge durch Elektronen- und Positronenproduktion einzelner Quellen in Frage, die bis zu 1 kpc von der Erde entfernt sind. Daher wird erwartet, dass Anisotropien im Fluss der Elektronen der kosmischen Strahlung zu beobachten sind.

Das Ziel dieser Arbeit ist es anhand von Daten des H.E.S.S.-Experiments (die Abkürzung H.E.S.S. steht für **H**igh **E**nergy **S**tereoscopic **S**ystem) zu untersuchen, ob sich signifikante Dipolamplituden in den Raten von Elektronen der kosmischen Strahlung finden lassen. Dazu wird die Untersuchung in Kapitel 2 motiviert. Dabei wird der Begriff der Anisotropie erklärt und darauf eingegangen, welche möglichen Ursachen zu Anisotropien in der Elektronen- und Positronenstrahlung führen können. Außerdem werden bisherige obere Grenzen für mögliche Dipolanisotropien vorgestellt, da bisher keine Anisotropie beobachtet werden konnte. In Kapitel 3 werden die Teleskope des H.E.S.S.-Experiments beschrieben, von denen die Messdaten stammen, die für diese Arbeit verwendet werden. In Kapitel 4 werden für diese Arbeit wichtige Koordinatensysteme sowie die Darstellung astronomischer Koordinaten, wie sie in dieser Arbeit verwirklicht wurde, erläutert. Die verwendeten Daten werden in Kapitel 5 beschrieben.

Dazu wird erklärt, wie es möglich ist zu unterscheiden, ob ein gemessenes Signal von einem Elektron (oder Positron) oder einem anderen Teilchen der kosmischen Strahlung ausgelöst wird. Darauf folgt eine Beschreibung des Datensatzes. In diesem Kapitel wird außerdem beschrieben und begründet, welche Schnitte auf bestimmte Parameter für die gemessenen Ereignisse gemacht wurden. Daraufhin wird erklärt, wie der Untergrundanteil an den verwendeten Daten bestimmt wurde. Schließlich wird der Einfluss systematischer Effekte auf die Messungen bestimmt. Die zur Berechnung der Ergebnisse verwendete χ^2-Methode wird in Kapitel 6 erklärt, worauf die Präsentation der Ergebnisse dieser Arbeit folgt. Die Interpretation der Ergebnisse erfolgt in Kapitel 7. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind Kapitel 8 zusammengefasst und Ergänzungen zur Methode dieser Arbeit sind im Anhang zu finden.

Kapitel 2

Elektronen der kosmischen Strahlung

Im Jahre 1912 wurde die kosmische Strahlung (engl. cosmic rays, Abk. CR) von Viktor Hess entdeckt, indem er mit einem Ballon-Experiment die Strahlung (damals Höhenstrahlung genannt) in Abhängigkeit der Höhe untersuchte (Hess 1912). Die kosmische Strahlung setzt sich zu ca. 87% aus Protonen, 12% aus Heliumkernen und 1% aus schwereren Atomkernen zusammen und wird von unterschiedlichen Quellen erzeugt. Dazu gehören galaktische und extragalaktische Quellen, wie zum Beispiel Pulsare, Quasare, Supernovae und aktive Galaxienkerne sowie die Sonne. Abgesehen von den genannten Teilchen leisten auch Elektronen, Positronen und Photonen Beiträge zu der kosmischen Strahlung. Solange in dieser Arbeit keine Unterscheidung zwischen Elektronen und Positronen nötig ist, stehen Elektronen als Synonym für beide Teilchenarten. Außerdem sind in dieser Arbeit mit Elektronen stets Elektronen der kosmischen Strahlung gemeint. Man unterscheidet zwei Arten von Elektronen der kosmischen Strahlung: Primärelektronen, die von verschiedenen astrophysikalischen Objekten beschleunigt werden, und Sekundärelektronen, die durch Wechselwirkungen von Protonen der kosmischen Strahlung mit Protonen der interstellaren Materie (Abk. ISM) erzeugt werden. Im Folgenden wird der englische Begriff der cosmic rays für den Anteil der kosmischen Strahlung benutzt, der aus Hadronen und schwereren Kernen besteht.

2.1 Energieverluste von Elektronen

Der Energieverlust von Elektronen beim Durchqueren von Materie oder magnetischen Feldern ist wegen der vergleichsweise geringen Masse wesentlich größer als der Verlust, den schwerere Teilchen der kosmischen Strahlung erleiden (Egberts 2009):

$$-\frac{dE}{dt} = A_1 \left(\ln \frac{E}{m_e c^2} + 19,8 \right) + A_2 E + A_3 E^2. \tag{2.1}$$

Die konstanten Faktoren A_1, A_2 und A_3 bezeichnen die jeweiligen Beiträge zum Energieverlust durch Ionisation (A_1), Bremsstrahlung und adiabatische Verluste (A_2), sowie Synchrotronstrahlung und den inversen Compton-Effekt (A_3). Ionisation findet statt, wenn Elektronen ihre Energie an Atome oder Moleküle abgeben und damit andere Elek-

tronen aus diesen lösen. Bremsstrahlung beschreibt den Effekt, dass Elektronen beim durchqueren elektrischer Felder Energie unter Emission von Photonen verlieren. Adiabatische Verluste kommen dadurch zustande, dass Elektronen durch Magnetfelder propagieren, die sich entlang der Bewegungsrichtung ändern. Dadurch werden elektrische Felder induziert, durch die Elektronen (wie bei der Bremsstrahlung) Energie verlieren. Synchrotronstrahlung entsteht unter Emission von Photonen, wenn Elektronen durch Magnetfelder abgelenkt werden. Der inverse Comptoneffekt beschreibt die Streuung von Photonen an Elektronen mit Energieübertrag auf das Photon (s. Yao *et al.* 2006). Im GeV-Bereich dominieren Energieverluste durch Synchrotronstrahlung und den inversen Compton-Effekt (Kobayashi *et al.* 2004). Bei niedrigeren Energien dagegen werden die Verluste im Wesentlichen durch Ionisation der durchdrungenen Materie, sowie durch Emission von Bremsstrahlung dominiert. Im Bereich hochenergetischer Elektronen kann deshalb der Energieverlust durch Gleichung (2.2) näherungsweise beschrieben werden (s. Aharonian *et al.* 1995, DuVernois *et al.* 2001):

$$-\frac{dE}{dt} = A_3 E^2 \tag{2.2}$$

Dabei ist

$$A_3 = \frac{4\sigma c}{3m_e^2 c^4} \cdot \left(\frac{B^2}{8\pi} + \omega_{\mathrm{ph}}\right). \tag{2.3}$$

Es ist üblich, den Term der Synchrotronstrahlung und des inversen Compton-Effekts in folgender Form auszudrücken:

$$-\frac{dE}{dt} \Big/ \left(\frac{1\mathrm{GeV}}{\mathrm{s}}\right) = 6,25 \cdot 10^{-17} \left(\frac{E}{1\mathrm{GeV}}\right)^2 \left(\frac{\omega_{\mathrm{B}}}{1\mathrm{eV/cm^3}} + \frac{\omega_{\mathrm{ph}}}{1\mathrm{eV/cm^3}}\right). \tag{2.4}$$

E steht für die Energie der Elektronen, m_e für die Elektronenmasse, σ für den Thomson-Wirkungsquerschnitt ($\approx 6{,}65\ \ 10^{-25}\mathrm{cm}^2$), ω_{ph} für die Energiedichte interstellarer Photonen und c für die Lichtgeschwindigkeit. Außerdem bezeichnet B das Magnetfeld, welches ein Elektron durchläuft.
In unserer Galaxie entspricht die Feldstärke in etwa 5 μG und die Energiedichte des Magnetfeldes $\omega_{\mathrm{B}} \cong 0{,}6\ \ \mathrm{eV\,cm^{-3}}$. Das interstellare Strahlungsfeld von Photonen ω_{ph}, mit dem die Elektronen in Wechselwirkung treten, setzt sich zusammen aus dem kosmischen Mikrowellenhintergrund (engl. cosmic microwave background, Abk. CMB) $\omega_{\mathrm{CMB}} \approx 0{,}25$ $\mathrm{eV\,cm^{-3}}$, Staub im Infrarotbereich $\omega_{\mathrm{ir}} \approx 0{,}2\ \ \mathrm{eV\,cm^{-3}}$ und Licht von Sternen im optischen Bereich $\omega_{\mathrm{opt}} \approx 0{,}2\ \ \mathrm{eV\,cm^{-3}}$. Die Energie eines Elektrons mit der Anfangsenergie E_0 nimmt mit der Zeit t ab:

$$E(t) = \frac{1}{\frac{1}{E_0} + A_3 t}. \tag{2.5}$$

Aus diesem Grund haben zum Beispiel Elektronen, deren Anfangsenergie 1 TeV entspricht, eine Lebensdauer von ca. $5 \cdot 10^5$ Jahren. Durch die eingeschränkte Lebensdauer aufgrund des starken Energieverlustes, den die hochenergetischen Elektronen beim Durchqueren unserer Galaxie erleiden, können Einschränkungen bezüglich der Entfernung von Quellen gemacht werden, deren emittierte Elektronen die Erde erreichen.

2.2 Beobachtungen

Die momentan besten Messungen des Energiespektrums der Elektronen kosmischer Strahlung stammen vom Großflächenteleskop (engl. large area telescope, Abk. LAT), welches sich auf dem Fermisatelliten befindet, und dem H.E.S.S.-Experiment. In Abbildung 2.1 ist das von verschiedenen Experimenten gemessene Elektronenspektrum der kosmischen Strahlung in Abhängigkeit der Energie E zu sehen (Grasso *et al.* 2009). Da das Spektrum sehr stark abfällt, wird in der Abbildung der differentielle Fluss $dN/dE \equiv J(E) \propto E^{-\Gamma}$ mit E^3 multipliziert, wobei N für die Teilchenzahl steht. Die resultierende Größe gibt die Teilchenzahl pro Fläche (in m^2), Raumwinkel (in sr), Zeit (in s) und Energie zum Quadrat (in GeV^2) an. Die Proportionalität zu $E^{-\Gamma}$ repräsentiert ein sogenanntes Potenzgesetz mit dem Spektralindex Γ. Der Spektralindex steht für die Potenz der Energie, mit der der Fluss der betrachteten Strahlung abfällt. Die logarithmische Darstellung von $J(E)$ lässt einen besseren Einblick in feinere Strukturen des Spektrums zu. Die aktuellen Messungen des Spektrums ergeben, dass der Spektralindex für die Elektronen der kosmischen Strahlung von etwa 7 GeV bis 1 TeV einen Wert von ca. 3,08 annimmt (di Bernardo *et al.* 2011). Außerdem ist zu erkennen, dass die Messungen des H.E.S.S.-Experiments einen starken Abfall des Spektrums ab etwa 1 TeV ergeben. Auffällig ist auch der ATIC-Scheitel zwischen 300 und 800 GeV, der bereits von Chang *et al.* (2008) als Indiz für die Existenz von dunkler Materie (s. Kapitel 2.4) diskutiert wurde. Dieser Anstieg wurde allerdings vom H.E.S.S.-Experiment und Fermi-LAT nicht bestätigt.

In konventionellen Beschreibungen des Elektronenspektrums wird davon ausgegangen, dass die Primärlektronen der kosmischen Strahlung vorwiegend von sogenannte Supernovaüberresten (engl. supernova remnants, Abk. SNRs) stammen und die Sekundärelektronen homogen verteilt sind. Der größte Einfluss wird vom Vela-SNR erwartet, da dieser sich mit einer Entfernung von etwa 200 pc am nächsten an der Erde befindet. Für Simulationen der Propagation kosmischer Strahlung und damit auch des Energiespektrums wird üblicherweise der GALPROP-Code aus Strong *et al.* (2004) verwendet. Die Kombination der Messungen von Fermi-LAT und H.E.S.S. stimmen nicht mit dem durch GALPROP simulieten Spektrum überein, welches in Abbildung 2.1 mit der grauen durchgezogenen Linie dargestellt wird. Die rote gestrichelte Linie und die blaue punktgestrichelte Linie zeigen Simulationen mit anderen Injektionsindizes von Elektronen als mit bisherigen GALPROP-Simulationen. Diese können das Spektrum zwar im Energiebereich der Messungen von Fermi-LAT gut beschreiben aber nicht bei niedrigeren Energien und oberhalb von 1 TeV (Grasso *et al.* 2009).

Ein weiteres Merkmal muss in Betracht gezogen werden, um zu verstehen, wie das gemessene Spektrum zustande kommt. Die konventionelle Annahme, dass die Elektronen vorwiegend durch SNRs erzeugt werden, impliziert, dass Positronen der kosmischen Strahlung vor allem aus Zerfällen von schwereren Teilchen der kosmischen Strahlung stammen und keine Primärteilchen sind, was mit einem wesentlich kleineren Positronenanteil verglichen mit dem Elektronenanteil der kosmischen Strahlung einhergeht. In Abbildung 2.2 ist der unter anderem vom PAMELA-Experiment (s. Adriani *et al.* 2009) gemessene Positronanteil (rote Punkte) in Abhängigkeit der Energie zu sehen. Es ist zu

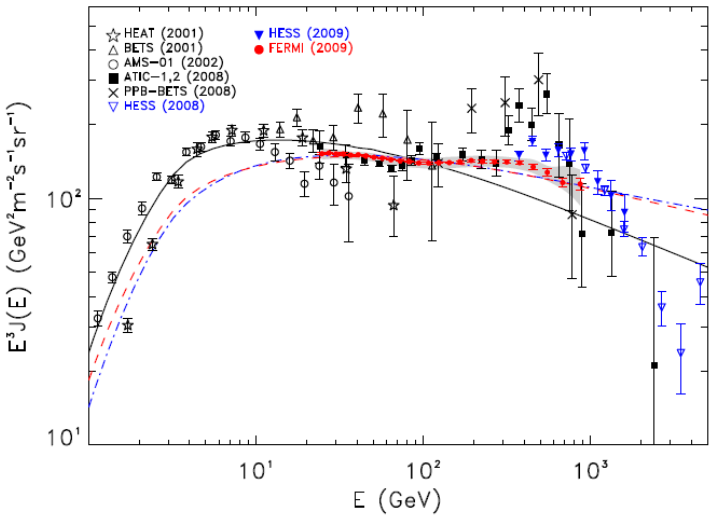


Abbildung 2.1: Messungen des Spektrums hochenergetischer Elektronen. Die graue durchgezogene Linie beschriebt die konventionelle GALPROP-Simulation des Spektrums. Die rote gestrichelte Linie und die blaue punktgestrichelte Linie zeigen das simulierte Spektrum mit Parametern, die die Messungen von Fermi-LAT reproduzieren. Die Messungen stammen von folgenden Experimenten: Fermi-LAT (Abdo *et al.* 2009), HEAT (DuVernois *et al.* 2001), AMS-01 (AMS Collaboration *et al.* 2002), ATIC (Chang *et al.* 2008), PPB-BETS (Torii *et al.* 2008), H.E.S.S. 2008 (Aharonian *et al.* 2008), H.E.S.S. 2009 (Aharonian *et al.* 2009). Die Abbildung stammt von Grasso *et al.* (2009).

erkennen, dass der Positronenanteil ab einer Energie von etwa 10 GeV auf ca. 10% ansteigt, während dieser unterhalb von 10 GeV bei etwa 5% liegt. Dieser Anstieg wurde als möglicher Beitrag von Pulsaren oder dunkler Materie diskutiert (s. Serpico 2009). Der Positronenanteil wird durch $\phi(e^+)/(\phi(e^+)+\phi(e^-))$ ausgedrückt, wobei $\phi(e^+)$ und $\phi(e^-)$ für den Positronen- bzw. Elektronenfluss stehen. Der Anstieg des Positronenanteils ist mit den konventionellen Annahmen ebenso wenig erklärbar, wie die Kombination der Messungen von H.E.S.S. und Fermi-LAT.

Um zu verstehen wie sich das gemessene Spektrum zusammensetzt, muss ein Modell gefunden werden, welches sowohl die Messungen bei Energien bis ca. 1 TeV als auch oberhalb von 1 TeV und den erhöhten Positronenanteil ab ca. 10 GeV reproduzieren kann. Eine mögliche Erklärung ist, dass neben der Elektroneninjektion durch SNRs noch mindestens eine Quelle existieren muss, die sowohl Elektronen als auch Positronen emittiert. Unter dieser Annahme konnten von di Bernardo *et al.* (2011) die Messungen von Fermi-LAT und H.E.S.S. sowie der Positronenanstieg gemessen von PAMELA mit einem Modell beschrieben werden. Das konstruierte Spektrum ist in Abbildung 2.3 zu sehen. Die Abbildung zeigt den Beitrag vom Pulsar Monogem (als weitere Elektronen- und Positronenquelle) sowie die Elektronenkomponente durch SNRs. Die Sonnenmodulation Φ wird dabei so gewählt, dass durch ihren Einfluss das von PAMELA gemessene Protonenspektrum rekunstruiert wird (s. di Bernardo *et al.* 2011).

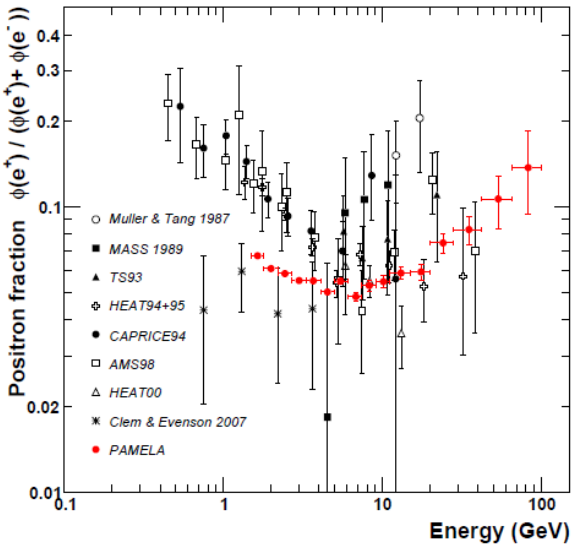


Abbildung 2.2: Positronenanteil am Elektronenspektrum (Messungen aus Gast *et al.* 2006, Mueller und Tang 1987, Golden *et al.* 1994, Barwick *et al.* 1997, Boezio *et al.* 2000, Alcaraz *et al.* 2000, Beatty *et al.* 2004 und Clem und Evenson 2008). Die Abbildung stammt von Adriani *et al.* (2009).

Der schnelle Energieverlust hochenergetischer Elektronen schränkt die Entfernung von der Erde zu Quellen, die zum Energiespektrum von Elektronen und Positronen beitragen können, stark ein (s. Kapitel 2.1). Durch den Beitrag einzelner Quellen wird eine messbare Anisotropie im Elektronen- und Positronenfluss erwartet. Der Begriff der Anisotropie wird im nächsten Abschnitt erläutert. Außerdem werden bisherige Einschränkungen von Fermi-LAT auf die Anisotropie von Elektronen und Positronen vorgestellt.

2.3 Anisotropien der Elektronen

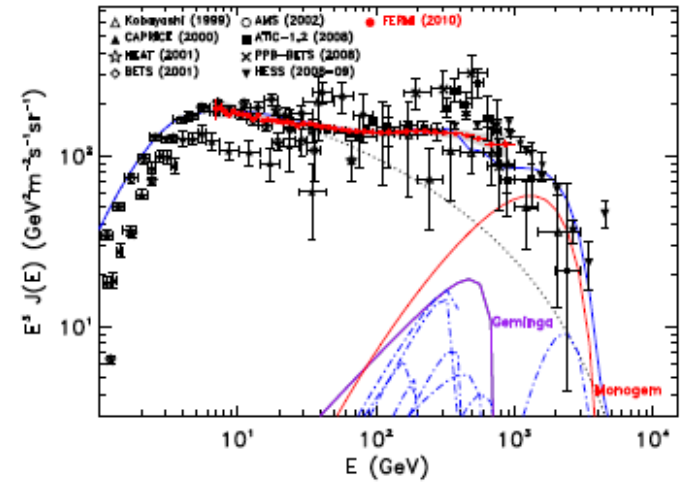
Anisotropien beliebigen Grades können durch Multipolentwicklung von Kugelflächenfunktionen angenähert werden (s. Bronstein und Semendjajew 2008). In dieser Arbeit wird sich auf den Dipolterm beschränkt. Die Definition der Dipolanisotropie betrachteter Elektronenintensitäten ist durch

$$\delta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{2.6}$$

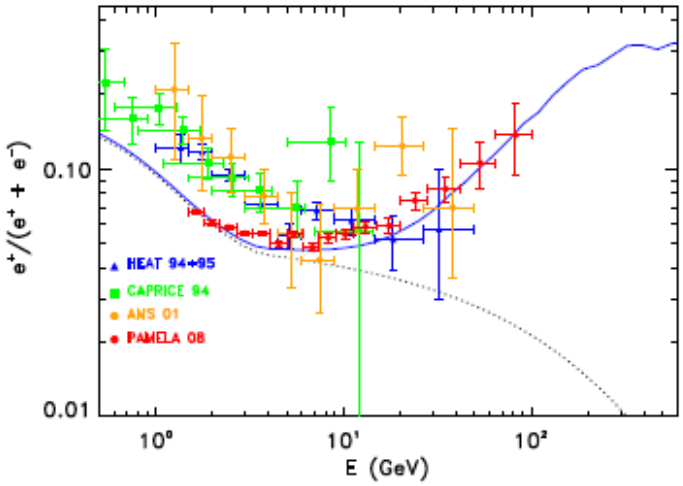
gegeben (s. Egberts 2009 und Ackermann *et al.* 2010), wobei $I_{\max}$ und $I_{\min}$ der maximalen und der minimalen Intensität entsprechen. Der Beitrag einzelner i Quellen wird durch

$$\delta_i = \frac{3D}{c} \cdot \frac{|\vec{\nabla} N_i|}{N_i} = \frac{3|\vec{r_i}|}{2ct_i} \tag{2.7}$$

berechnet. Dabei ist D der Diffusionskoeffizient (wird weiter unten beschrieben), N_i der Beitrag zur Elektronenintensität einer einzelnen Quelle in Richtung $\vec{r_i}$ mit dem



(a)



(b)

Abbildung 2.3: Energiespektrum von Elektronen und Positronen (a) und Positronenanteil (b). Die blaue durchgezogene Linie entspricht dem erwarteten Spektrum unter der Annahme, dass zusätzlich zum Anteil durch SNRs noch eine weitere Elektronen- und Positronenquelle vorhanden und das Modulationspotential $\Phi = 550\,\mathrm{MV}$ ist. Als Elektronen- Positronquelle wird hier der Einfluss des Pulsars Monogem und von Geminga angenommen. Die gepunktete Linie entspricht dem Beitrag von Elektronen durch SNRs. Die Abbildung stammt von di Bernardo *et al.* (2011).

Alter t_i und c die Lichtgeschwindigkeit. Entspräche die Intensität einer Strahlung einer perfekten dipolanisotropen Verteilung, so würde sie sich nach

$$I(\theta) = I_0 + I_1 \cos\theta \tag{2.8}$$

aus einem Monopol- und einem Dipolterm zusammensetzen. Dabei sind I_0 und I_1 die Monopol- und Dipolanteile der Intensität und θ entspricht dem Winkelabstand von einer betrachteten Richtung zum Maximum einer Dipolanisotropie.
Die Fermi-LAT Kollaboration veröffentlichte bereits obere Grenzen für die Dipolanisotropie von Elektronen im Energiebereich der Größenordnung ca. 10 GeV bis ca. 100 GeV (s. Ackermann *et al.* 2010). Für die Fermi-LAT-Messungen wurde ein Elektronenspektrum durch GALPROP simuliert. Hierfür wird vorausgesetzt, dass das Elektronenspektrum durch ein gebrochenes Potenzgesetz beschrieben wird. Der Spektralindex ist dabei 1,6 für Energien unterhalb von 4 GeV und 2,7 oberhalb von 4 GeV. Der Diffusionskoeffizient ist wie folgt von der Energie E abhängig:

$$D(E) = D_0 \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right). \tag{2.9}$$

Dabei ist $D_0 = 5{,}8\ 10^{28}\,\mathrm{cm^2\,s^{-1}}$ und $E_0 = 4$ GeV. Geladene Teilchen werden durch Magnetfelder in unserem Sonnensystem und das Erdmagnetfeld so abgelenkt, dass sie im Mittel aus allen Richtungen gleichverteilt auf die Erde treffen. Durch den Diffusionskoeffizienten $D(E)$ kann man Einschränkungen bezüglich der Quellen machen, die Elektronen produzieren, die die Erde erreichen. Die Quellen dürfen bei einem Diffusionskoeffizienten dieser Größenordnung im Energiebereich einiger TeV (s. Kapiel 2.1) nicht viel weiter als 1 kpc von der Erde entfernt sein, damit Elektronen die Erde noch erreichen (s. Aharonian *et al.* 1995). Diese Einschränkung hat eine erwartete Anisotropie des Elektronenflusses zufolge, da nur wenige Quellen in diesem Abstand als Elektronenquelle in Frage kommen. Durch den verhältnismäßig kleinen Abstand von möglichen Elektronenquellen können die emittierten Elektronen nicht vollständig isotropisiert werden.
In der Abbildung 2.4 (oben) ist zu sehen, welches Elektronenspektrum von GALPROP zu erwarten ist (durchgezogene Linie). Außerdem sind die erwarteten Beiträge von Vela und Monogem zum Elektronenfluss sowie die Messungen von Fermi-LAT (Punkte) und H.E.S.S. (Dreiecke) zu sehen. In der unteren Abbildung sind die oberen Grenzen auf mögliche Dipolamplituden von Fermi-LAT zu sehen. Sie reichen in dem Energiebereich von ca. 10 GeV bis ca. 100 GeV von etwa 0,5% bis ca. 10%.
Außerdem wurden die Fermi-LAT-Einschränkugen von Dipolanisotropien mit vermuteten Anisotropien durch Annihilation von dunkler Materie (s. Regis und Ullio 2009 und Cernuda 2010) verglichen. Dieser Vergleich ist in Abbildung 2.5 zu sehen.

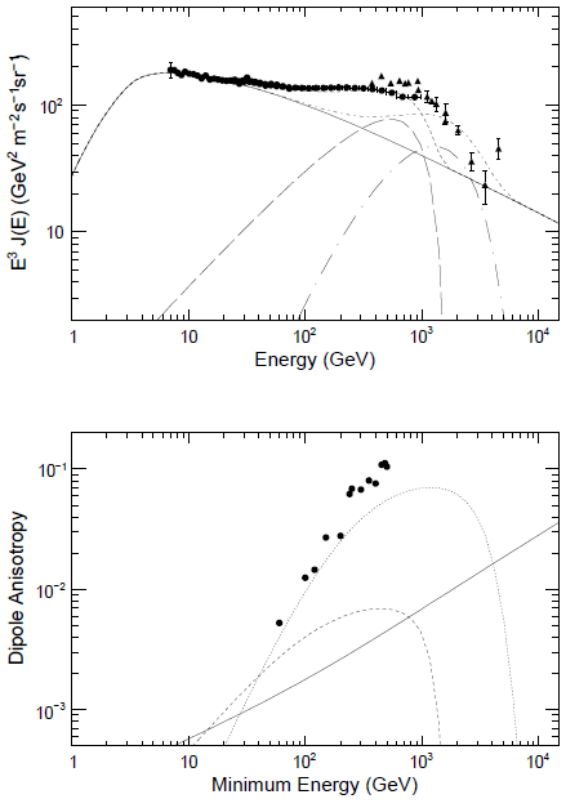


Abbildung 2.4: Oben: Messungen des hochenergetischen Elektronenspektrums von Fermi-LAT (Punkte) und H.E.S.S. (Dreiecke). Das durch GALPROP simulierte Spektrum ist durch die durchgezogene Linie dargestellt. Die lang gestrichelte Linie (lang punktgestrichelte Linie) stellt den Beitrag von Monogem (Vela) dar. Außerdem ist durch die gestrichelte Linie (punktgestrichelte Linie) die Kombination GALPROP + Monogem (GALPROP + Vela) gekennzeichnet. Unten: Hier ist die Dipolanisotropie δ gegen die minimale Energie für GALPROP (durchgezogene Linie), Monogem (gestrichelte Linie) und Vela (gepunktete Linie) aufgetragen. Die Punkte kennzeichnen die 95%-Konfidenzintervalle der Messdaten. Die Abbildung stammt von Ackermann *et al.* (2010).

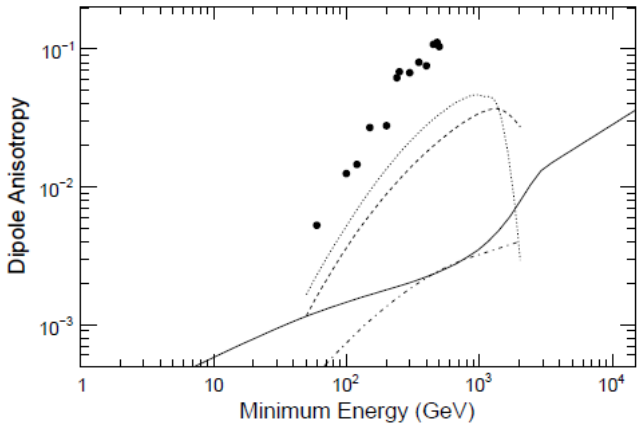


Abbildung 2.5: Hier ist die Dipolanisotropie δ gegen die minimale Energie zweier Szenarien dunkler Materie (gepunktete und gestrichelte Linie) aus Regis und Ullio (2009), im Halo der Milchstraße verteilte dunkle Materie (durchgezogene Linie), Klumpen dunkler Materie in der Milchstraße (punktgestrichelte Linie) aus Cernuda (2010), aufgetragen. Die Punkte kennzeichnen die 95%-Konfidenzintervalle der Messdaten. Die Abbildung stammt von Ackermann *et al.* (2010).

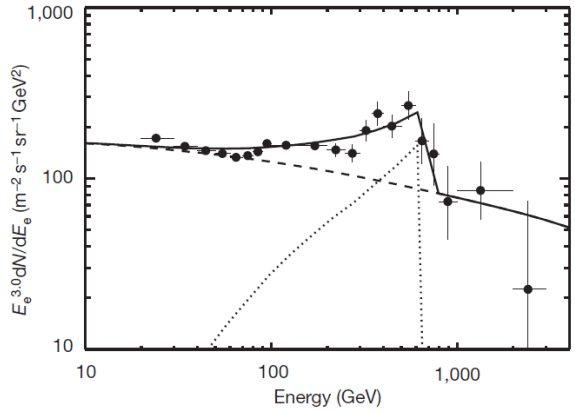


Abbildung 2.6: Beitrag zum Elektronenspektrum durch Annihilationsprodukte von Kaluza-Klein Teilchen der Masse 620 GeV. Die gestrichelte Linie entspricht dem mit GALPROP simulierten Elektronenspektrum. Die gepunktete Linie repräsentiert den erwarteten Beitrag durch Annihilationsprodukte von Kaluza-Klein Teilchen. Die Summe der beiden Beiträge wird durch die durchgezogene Linie dargestellt. Die schwarzen Punkte entsprechen den ATIC Messungen mit Fehlerbalken von einer Standardabweichung. (Quelle der Abbildung: Chang *et al.* 2008).

2.4 Erklärungsansätze

Für den gemessenen Positronenüberschuss in Abbildung 2.2 wurden bereits verschiedene Ursprünge der Elektronen diskutiert. Zum einen wurde der Überschuss interpretiert als Annihilationsprodukt dunkler Materie in e^+e^--Paare (s. Zhang *et al.* 2009 und Cholis *et al.* 2009). Zum anderen wurden Beiträge durch naheliegende Pulsare diskutiert (s. Profumo 2012, Büsching *et al.* 2008, Hooper *et al.* 2009). Durch Beiträge einzelner naher Quellen wird erwartet, dass Anisotropien in den Elektronenraten zu finden sind. Im Folgenden sollen die Produktionsmechanismen von Elektronen und Positronen durch Pulsare und dunkle Materie erläutert werden.

Dunkle Materie

Der Überschuss im hochenergetischen Elektronspektrum könnte von Annihilationsprodukten dunkler Materie in e^+e^--Paare oder Photonen stammen. Dieser Erklärungsansatz stützt sich darauf, dass davon ausgegangen wird, dass schwach wechselwirkende Teilchen aus supersymmetrischen Theorien (zum Beispiel Neutralinos) oder Theorien, die auf der Einführung von Extradimensionen basieren (zum Beispiel sogenannte Kaluza-Klein Teilchen), durch Annihilation in e^+e^--Paare oder Photonen zerfallen. Im Gegensatz zu den Neutralinos ist der direkte Zerfall von Kaluza-Klein Teilchen in e^+e^--Paare nicht unterdrückt (Chang *et al.* 2008). In Abbildung 2.6 ist zu sehen, inwiefern sich die Annihilationen von Kaluza-Klein Teilchen der Masse 620 GeV auf das Elektronenspektrum auswirken würden. Dieser Beitrag stimmt gut mit dem gemessenen Überschuss von ATIC aus Abbildung 2.1 überein. Allerdings wurden die ATIC-Messungen nicht von Fermi-LAT und H.E.S.S. bestätigt.

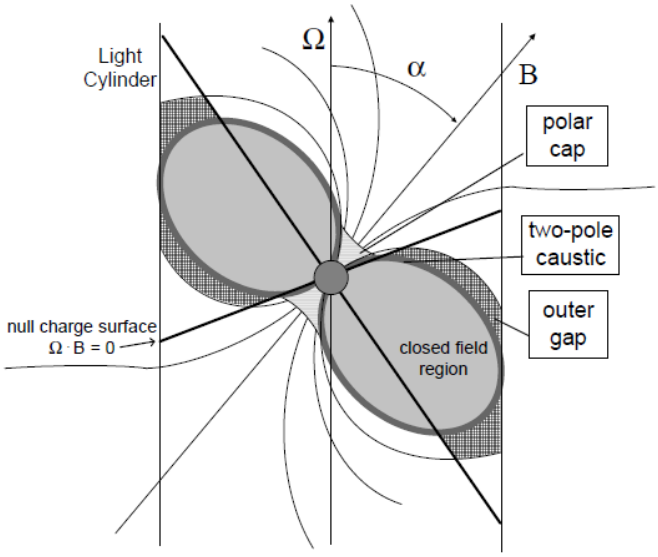


Abbildung 2.7: Darstellung der Geometrie eines Pulsars mit der Winkelgeschwindigkeit Ω und einem Magnetfeld B. Die Abbildung stammt von Kaspi *et al.* (2004).

Pulsare

Andererseits könnten mögliche Beiträge zum hochenergetischen Elektronenspektrum von Pulsaren stammen. Pulsare sind sehr schnell rotierende Neutronensterne mit starken Magnetfeldern (Kaspi *et al.* 2004). Diese Magnetfelder erzeugen durch die Rotation starke elektrische Felder, durch die geladene Teilchen beschleunigt werden können. Pulsare sind umgeben von einer Magnetosphäre aus geladenen Teilchen, die durch elektrische Felder aus der Oberfläche der Pulsare gelöst werden. Mit der Rotationsbewegung des Pulsars rotiert auch die Magnetosphäre. Bei großen Abständen zum Pulsar ist die Geschwindigkeit der Rotation allerdings durch die Lichtgeschwindigkeit begrenzt. An dieser Stelle sind die magnetischen Feldlinien nicht mehr geschlossen, was bis zu dieser Grenze der Fall ist. Dadurch ergibt sich eine zylindrische Grenze (Lichtzylinder, engl. light cylinder) der Rotationsgeschwindigkeit um den Pulsar. Teilchen können sich nur entlang der Feldlinien bewegen und deshalb nur im Bereich der offenen Feldlinien den Pulsar verlassen und nur dann kinetische Energie gewinnen, wenn das erzeugte elektrische Feld eine von Null verschiedene Komponente parallel zum Magnetfeld hat. Je nachdem, in welchem Bereich diese Komponente des elektrischen Feldes ungleich Null ist, spricht man vom Modell des polaren (engl. polar gap) oder äußeren (engl. outer gap) Bereichs. Die Beschleunigung geladener Teilchen findet jeweils in den in Abbildung 2.7 beschrifteten Bereichen statt. Durch Synchrotronstrahlung entstehen Photonen, die wiederum beim Durchqueren der starken Magnetfelder e^+e^--Paare erzeugen können.

Kapitel 3

H.E.S.S.-Experiment

Der Aufbau des H.E.S.S.- Experiments befindet sich im Khomas Hochland in Namibia und besteht aus einem System von 4 IACTs[1]. In Abbildung 3.1 ist der Aufbau der IACTs zu sehen. Die Teleskope sind quadratisch angeordnet aufgebaut. Die Seitenlänge des Quadrats ist 120 m. Diese Entfernung ist begrenzt, da alle 4 Teleskope ein Ereignis gleichzeitig detektieren müssen. Das bedeutet, dass sie alle im Bereich des Cherenkov-Lichtkegels (s. weiter unten) eines Ereignisses stehen müssen. Der Standort befindet sich ca. 1800 m über dem Meeresspiegel und eignet sich wegen der Höhe, der Luftfeuchtigkeit, der guten Sicht auf das Zentrum unserer Galaxie und aufgrund klarer Nächte gut für die Messungen kosmischer Strahlung. Seit 2004 ist das Experiment in Betrieb. Im September 2012 wurde das H.E.S.S.-II-Teleskop eingeweiht. Mit etwa 600 t ist es das zur Zeit größte Cherenkov-Teleskop der Welt und wurde gebaut, um einen größeren Energiebereich messen zu können und die Winkelauflösung des H.E.S.S.-Experiments zu verbessern. Mit dem Aufbau der 4 IACTs waren Messungen von Ereignissen im Energiebereich von etwa 100 GeV bis ca. 100 TeV möglich. Durch das H.E.S.S.-II-Teleskop wird der Messbereich zu niedrigeren Energien erweitert (s. Punch 2005).

3.1 Abbildende Cherenkov-Teleskope

Abbildende Cherenkov-Teleskope (engl. imaging atmospheric cherenkov telescopes, Abk. IACTs) werden in verschiedenen Experimenten für Messungen hochenergetischer kosmischer Strahlung verwendet. IACTs kommen in den Experimenten VERITAS (Weekes *et al.* 2002), MAGIC (Albert *et al.* 2008), CTA (Doro und CTA Consortium 2011) und H.E.S.S. (Aharonian *et al.* 2006) zum Einsatz. Die abbildenden Cherenkov-Teleskope des H.E.S.S.-Experiments sind Teleskope, die zur Messung von kosmischer Strahlung im Energiebereich von 100 GeV bis zu einigen 10 TeV gebaut wurden. Die IACTs sind in der Lage Cherenkovlicht zu detektieren. Cherenkovstrahlung entsteht, wenn Primäreteilchen der kosmischen Strahlung in der Erdatmosphäre mit anderen Teilchen wechselwirken und dadurch Kaskaden von Sekundärteilchen auslösen. Durch die Wechselwirkungen entstehen sogenannte Luftschauer. Dabei unterscheidet man zwischen elektromagnetischen und hadronischen Luftschauern. Elektromagnetische Schauer unterscheiden sich

[1] Mittlerweile besteht das H.E.S.S.-Experiment aus 5 IACTs. Im Zeitraum der Messungen, von deren Daten in dieser Arbeit Gebrauch gemacht wird, bestand das Experiment noch aus 4 Teleskopen.

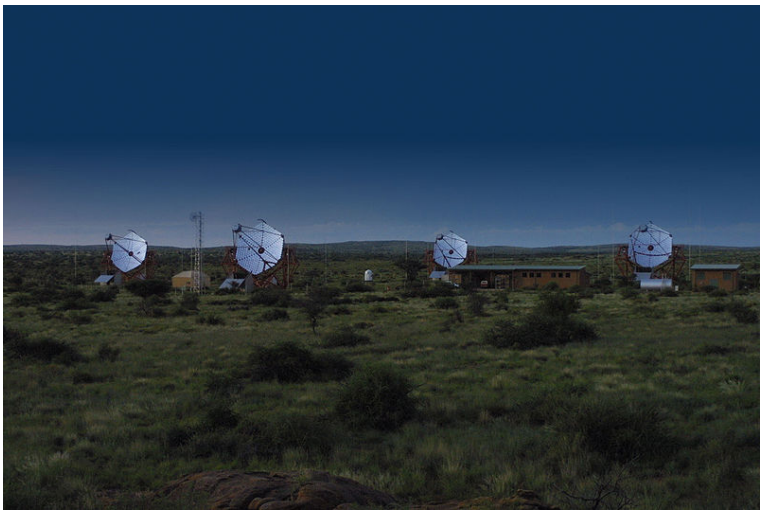


Abbildung 3.1: Die Teleskope (IACTs) des H.E.S.S.-Experiments. (Quelle des Bildes: `http://ecap.nat.uni-erlangen.de/members/katz/ws10/vat/lec/transp/hess_4.jpg`).

von hadronischen Schauern im Bezug auf die Form der Ausbreitung. Abbildung 3.2 stellt ein Beispiel für die Form elektromagnetischer Schauer (links) und hadronischer Schauer (rechts) dar. Die elektromagnetischen Luftschauer sind weniger ausgedehnt als die hadronischen. Teilchen, die bei den Luftschauern entstehen, bewegen sich mit relativistischen Geschwindigkeiten und emittieren Cherenkovlicht. Dieses Licht wird von den IACTs detektiert.

Cherenkov-Strahlung

Teilchen der kosmischen Strahlung bewegen sich annähernd mit der Vakuumslichtgeschwindigkeit c fort. Trifft ein solches Teilchen in ein optisch dichteres Medium, so wird ein Lichtkegel ausgestrahlt, dessen Öffnungswinkel θ von der Geschwindigkeit ($\beta = v/c_\mathrm{m}$) relativ zu c_m (der Lichtgeschwindigkeit in dem optisch dichteren Medium) und der Brechzahl n des Mediums, in welches das Primärteilchen eindringt, gemäß Gleichung (3.1) abhängt:

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n}. \tag{3.1}$$

Dabei muss das Teilchen im optisch dichteren Medium eine Geschwindigkeit haben, die größer ist als die Lichtgeschwindigkeit c_m in diesem Medium, damit Cherenkovlicht entsteht.

Das erzeugte Cherenkovlicht hat in der Erdatmosphäre eine Dauer von einigen Nanosekunden und eine Wellenlänge von etwa 330 nm.

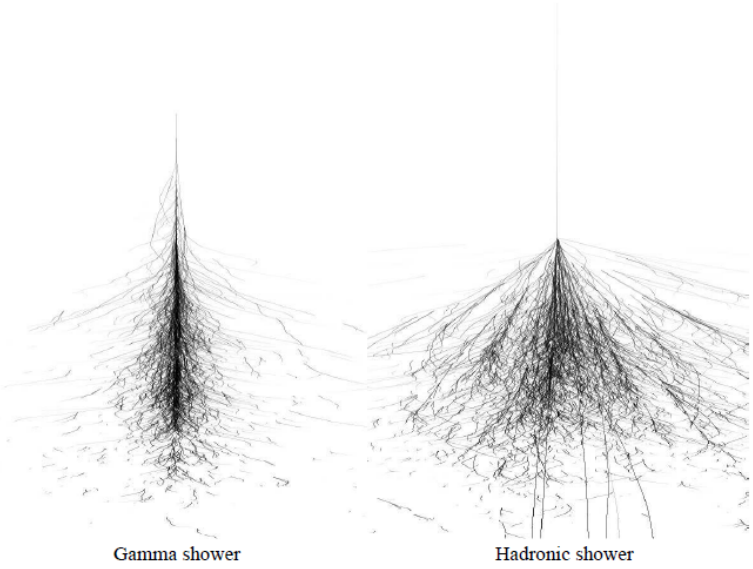


Abbildung 3.2: Unterschied zwischen der Ausbreitung elektromagnetischer (links) und hadronischer Luftschauer (rechts). Die Abbildung stammt von Völk und Bernlöhr (2009).

Aufbau der IACTs

Die IACTs bestehen aus Reflektoren, einer Kamera und Auslösern (engl. trigger). Ein einzelnes Teleskop hat eine Spiegelfläche, die jeweils aus 382 Einzelspiegeln zusammengesetzt ist (Aharonian *et al.* 2006). Zusammen bilden sie einen Reflektor mit einem Durchmesser von 13 m. Sie sammeln das Cherenkovlicht, das durch relativistische Teilchen in Luftschauern erzeugt wird und reflektieren es in eine Kamera. Die Kamera besteht aus einer hexagonalen Anordnung von 960 Photoelektronenvervielfachern (engl. photomultiplier tubes, Abk. PMTs). Die 960 PMTs sind in 15 Sektoren aufgeteilt, die jeweils 64 PMTs umfassen. Die PMTs haben einen Blendendurchmesser von 0,16° und ein Blickfeld von 5°. Eine Kamera wird aktiviert, wenn mindestens 3 PMTs eines Sektors jeweils mindestens 4 Photoelektronen (Abk. p.e.) innerhalb von 1,5 ns detektieren. Werden mindestens zwei Kameras innerhalb von 80 ns aktiviert, so wird der zentrale Auslöser aktiviert und die Ereignisse werden gespeichert. In Abbildung 3.3 sind Beispiele der Kamerabilder von einem elektromagnetischen und einem hadronischen Luftschauer zu sehen.

Elektromagnetische Luftschauer

Elektromagnetische Luftschauer werden durch Photonen, Elektronen oder Positronen ausgelöst. Durch ein solches Primärteilchen wird eine Kaskade ausgelöst, in der abwechselnd e^+e^--Paare (durch Paarerzeugung) und Photonen (durch Bremsstrahlung) erzeugt werden. Die e^+e^--Paare werden erzeugt, wenn ein Photon mindestens die Energie besitzt, die der Masse von zwei Elektronen entspricht ($2m_e \approx 1{,}022$ MeV). Wenn das Photon das Coulombfeld eines Kerns durchquert, kann es ein e^+e^--Paar erzeugen.

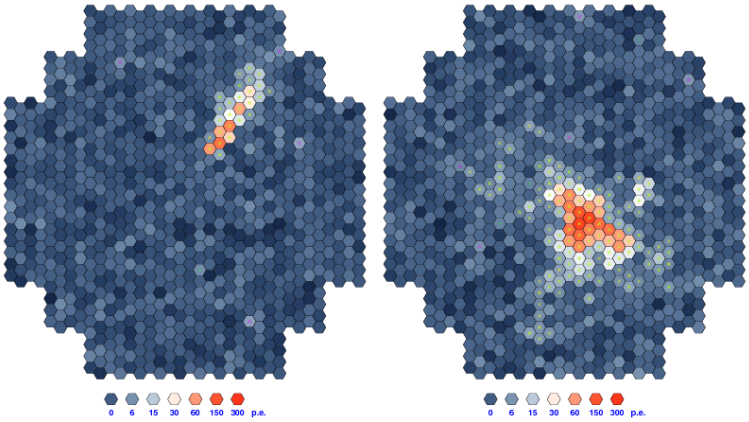


Abbildung 3.3: Kamerabilder von zwei verschiedenen Luftschauern (aus Völk und Bernlöhr 2009). Links: Elektromagnetischer Luftschauer. Rechts: Hadronischer Luftschauer.

Dabei bleibt der Kern unverändert und sorgt lediglich für die Impuls- und Energieerhaltung bei der Paarerzeugung. Handelt es sich beim Primärteilchen um ein Elektron oder Positron, so wird es im Coulombfeld von Kernen abgebremst. Durch das Abbremsen entsteht Bremsstrahlung unter Photonenemission. Somit können abwechselnd Photonen und e^+e^--Paare erzeugt werden, bis eine kritische Energie[2] von etwa 80 MeV erreicht wird, bei der die Anzahl erzeugter Teilchen ihr Maximum erreicht (Ohm 2007). Bei Energien unterhalb von 80 MeV sinkt die Anzahl erzeugter Teilchen, wobei die e^+e^--Paare ihre Energie in diesem Energiebereich hauptsächlich durch Ionisation von Atomen verlieren, bis schließlich die Energie nicht mehr ausreicht, um neue Teilchen zu erzeugen. Der Weg, den ein Elektron im Mittel zurücklegt, bis es seine Anfangsenergie E_0 durch Bremsstrahlung bis auf einen Anteil $1/\mathrm{e}$ verliert[3], wird Strahlungslänge genannt und mit X_0 bezeichnet. Der Energieverlust von Elektronen durch Bremsstrahlung auf einer zurückgelegten Strecke x wird durch

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \tag{3.2}$$

beschrieben.
Integration von Gleichung (3.2) liefert:

$$E(x) = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{X_0}}. \tag{3.3}$$

In der Luft ist $X_0 = 37{,}2\ \mathrm{g\,cm^{-2}}$ (Linsley 1985) und die Strahlungslänge für Paarerzeugung $X_\mathrm{P} = 9/7 \cdot X_0$ (Egberts 2009). Das bedeutet, dass die erste Reaktion in der Atmosphäre, ausgelöst durch ein primäres Photon, im Mittel nach einer etwas weiteren Flugstrecke stattfindet als bei Elektronen oder Positronen[4]. Bei 1 TeV tritt das Maximum der Luftschauer von Photonen (und Elektronen) bei $X_{\mathrm{max},\gamma} \approx 300\,\mathrm{g\,cm^{-2}}$ auf.

[2] Dieser Wert gilt für Luft als Medium.
[3] Dabei ist e die eulersche Zahl.
[4] Die unterschiedlichen Strahlungslängen bieten eine Möglichkeit Luftschauer, die von Elektronen ausgelöst werden, von denen, die durch Photonen ausgelöst werden, zu unterscheiden. Allerdings ist

Bei $X_{\max}$ ist die maximale Anzahl erzeugter Sekundärteilchen erreicht. Die Reaktionen elektromagnetischer Luftschauer sind in Gleichung (3.4) zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \gamma &\rightarrow e^+e^- \\ e^\pm &\rightarrow e^\pm + \gamma. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Hadronische Luftschauer

Hadronische Luftschauer werden durch Protonen (P) oder Kerne der kosmischen Strahlung ausgelöst. Diese wechselwirken mit Atomen (A) oder Molekülen der Atmosphäre und erzeugen vor allem Pionen (π), welche wiederum schwach in Myonen μ und Myon-Neutrinos ν_μ zerfallen. Eine typische Reaktionskette ist:

$$\begin{aligned} \mathrm{P} + \mathrm{A} \rightarrow\ & \mathrm{P} + \mathrm{A} + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \text{Andere Teilchen} \\ & \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ & \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ & \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Die Pionen können weiter mit Kernen wechselwirken und somit Kaskaden auslösen bis die Energie nicht mehr ausreicht, um neue Pionen zu erzeugen. Diese Energie liegt bei etwa 1 GeV. Bei 1 TeV ist die mittlere freie Weglänge X_0 für Pionen in etwa $80\,\mathrm{g\,cm^{-2}}$. Deshalb wird das Maximum an Teilchenproduktion $X_{\max}$ erst tiefer als bei elektromagnetischen Luftschauern in der Atmosphäre erreicht. Hadronische Luftschauer lassen sich aufgrund ihrer breiteren Form (s. Abbildung 3.2) in vielen Fällen gut von elektromagnetischen Luftschauern unterscheiden.

3.2 Hillas-Technik

Zur Unterscheidung elektromagnetischer Luftschauer von hadronischen Luftschauern werden die Kamerabilder der IACTs durch Ellipsen angenähert. Durch diese Annährung werden Parameter bestimmt, die die Form des Luftschauers beschreiben (Egberts 2009). Die Form ist vollständig beschrieben durch den Schwerpunkt, die große und kleine Halbachse, die Ausrichtung in der Kamera und die Bildgröße in Einheiten von Photoelektronen (s. Abbildung 3.4). Die Kalibration wird so durchgeführt, dass die Pixelamplituden in Photoelektronen angegeben werden können (s. Aharonian *et al.* 2004). Durch Auswertung der Hillas-Parameter kann rekonstruiert werden, aus welcher Richtung der Luftschauer kam, welche Energie das Primärteilchen hatte, das den Schauer ausgelöst hat, welchen Abstand die auf den Boden extrapolierte Richtung des Primärteilchens zu den Teleskopen hat (engl. impact distance, wird im Folgenden als Schauerabstand bezeichnet) und wo der Luftschauer sein Maximum $X_{\max}$ [$\mathrm{g\,cm^{-2}}$] in der Atmosphäre erreicht hat. Die Luftschauerrichtung sowie der Schauerabstand werden rekonstruiert, indem der Schnittpunkt der erweiterten großen Halbachsen der Ellipsen in

der Unterschied sehr gering, weshalb Möglichkeiten zur Unterscheidung für die IACTs noch bearbeitet werden.

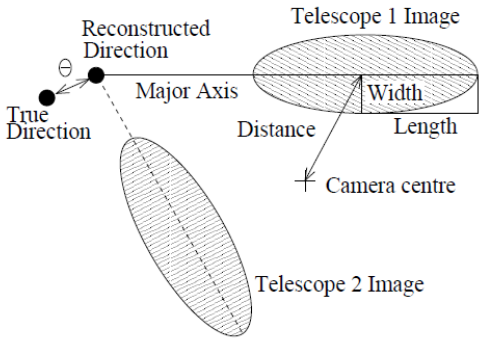


Abbildung 3.4: Annährung der Luftschauerform durch eine Hillas-Ellipse und Größen, die aus den Hillas-Parametern bestimmt werden können. Die Abbildung stammt von Aharonian *et al.* (2006).

den jeweiligen Kamerabildern bestimmt wird. Die Höhe des Schauer-Maximums wird durch die Winkelabstände zwischen den Schwerpunkten der Hillas-Ellipsen und den rekonstruierten Schauerrichtungen und den Schauerabständen ermittelt. Die Energie des Primärteilchens wird durch Vergleiche der zenitwinkelabhängigen Bildintensität mit Simulationen bestimmt. Der Durchschnitt der so (für jedes Teleskop separat) bestimmten Energien liefert die Energie des Primärteilchens. Da die Spiegel in den IACTs abnutzen, werden die Energien im Laufe der Zeit kleiner als die tatsächliche Energie des Teilchens bestimmt. Daher werden die Energien mit der Kenntnis über die Luftschauerbilder von Myonen (s. Bolz 2004) korrigiert.

Kapitel 4

Koordinatensysteme und Darstellung

4.1 Astronomische Koordinatensysteme

Um astronomische Phänomene zu untersuchen, muss man sich auf ein Koordinatensystem beziehen. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Koordinatensysteme festzulegen. Im Folgenden sollen zwei in der Astronomie gängige Koordinatensysteme vorgestellt werden, die für diese Arbeit verwendet wurden. Dabei handelt es sich um das äquatoriale Koordinatensystem und das galaktische Koordinatensystem. Für die Darstellung der Koordinaten wird das Programm Healpy benutzt, welches in Kapitel 4.3 erläutert wird.

Äquatoriales Koordinatensystem

Von der Erde aus betrachtet gleicht der Himmel einer Kugeloberfläche mit unendlich großem Radius. Dieses Gebilde wird Himmelskugel genannt. Um die Positionen von Objekten auf der Himmelskugel kennzeichnen zu können, braucht man zwei Winkel. Man unterscheidet zwischen dem rotierenden und dem ruhenden, äquatorialen Koordinatensystem (Unsöld und Baschek 2002). Das rotierende, äquatoriale Koordinatensystem ist durch die Winkel Rektaszension (Abk. ra) und Deklination (Abk. dec) definiert und bezieht sich auf den Himmelsäquator (s. Abbildung 4.1). Die Rektaszension hat ihren Ursprung im Frühlingspunkt, an dem sich die Ekliptik und der Himmelsäquator (s. weiter unten) schneiden[1] und wird häufig in Winkelstunden, -Minuten und -Sekunden angegeben. Diese Einheiten sind definiert durch die Einteilung: 24 Stunden = 360°. Somit ist es möglich, die Rektaszension in Grad oder im Zeitmaß anzugeben. Der Himmelsäquator entspricht der Ebene, die durch den Erdäquator auf eine imaginäre, unendlich große Fläche projeziert wird. Die Ekliptik ist die Bahn, auf der sich die Sonne scheinbar, von der Erde aus betrachtet, bewegt. Die Deklination wird in Grad von der Äquatorebene ($dec = 0°$) aus in Richtung des nördlichen Himmelspols ($dec = 90°$ und am südlichen Himmelspol ist $dec = -90°$) gemessen.

[1] Die Ekliptik und der Himmelsäquator schneiden sich im Herbst ein zweites Mal. Der Ursprung der Rektaszension ist konventionell am Frühlingspunkt definiert.

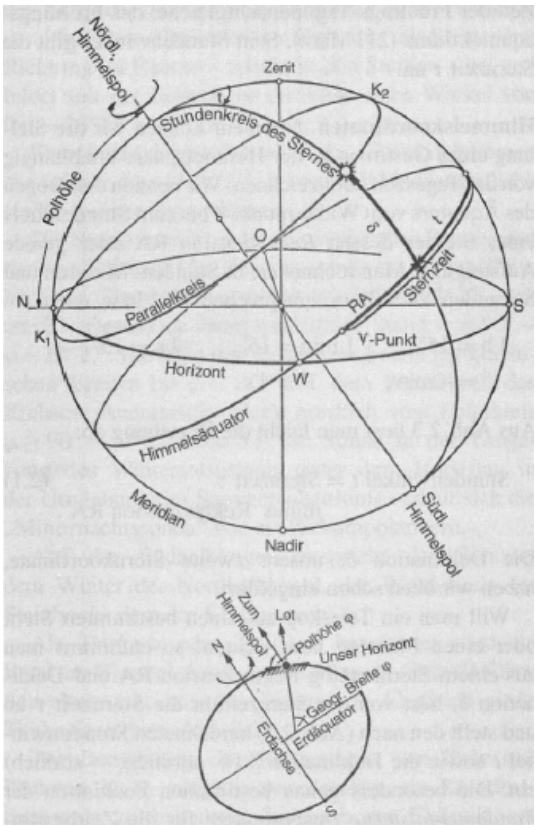


Abbildung 4.1: Äquatoriales Koordinatensystem. In dieser Abbildung ist die Rektaszension mit RA und die Deklination mit δ gekennzeichnet. Der Stundenwinkel wird mit t gekennzeichnet. Außerdem ist der Frühlingspunkt eingezeichnet, von dem aus die Rektaszension definiert ist. Die untere und obere Kulmination (K_1 und K_2) bezeichnet die von der Erde aus scheinbar kleinste und größte Höhe eines Sterns. Unten: Die Orientierung der Erde in der oberen Abbildung. Die Abbildung stammt von Unsöld und Baschek (2002).

Im ruhenden, äquatorialen Koordinatensystem wird die Rektaszension durch den Stundenwinkel t ersetzt. Dieser ist definiert durch t = Sternzeit $- ra$. Betrachtet man einen Stern, so gibt der Stundenwinkel den Winkel an, der zwischen dem Meridian und der Ebene, die durch den Stern und den nördlichen (und südlichen) Himmelspol aufgespannt wird. Der Meridian wird durch den Kreis gebildet, in dessen Ebene der Zenit, der Nadir und der nördliche und südliche Himmelspol liegen. Der Zenit liegt senkrecht zur Erdoberfläche über einem Beobachter, während der Nadir in die antiparallele Richtung zeigt. Die Sternzeit entspricht dem Stundenwinkel des Frühlingspunktes.

Galaktisches Koordinatensystem

Das galaktische Koordinatensystem wird durch die galaktische Länge (Abk. l) und galaktische Breite (Abk. b) bestimmt. Die galaktische Länge wird in Grad angegeben und ist in der Ebene der Milchstraße definiert. 0° entspricht der Sichtlinie von der Erde zum

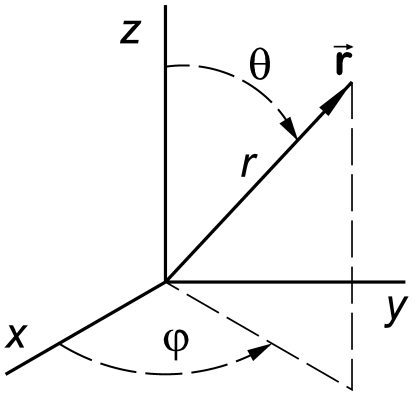


Abbildung 4.2: Zusammenhang zwischen kartesischen und Kugelkoordinaten (Quelle des Bildes: `http://en.citizendium.org/wiki/File:Spherical_polar.png`).

galaktischen Zentrum, in dem der Ursprung der galaktschen Koordinaten liegt. Von dort aus wird sie in Richtung Osten mit positiven Winkeln angegeben. Die galaktische Breite verläuft von der Ebene der Milchstraße ($b = 0°$) hin zum galaktischen Nordpol ($b = 90°$ und am galaktischen Südpol ist $b = -90°$) und wird ebenfalls in Grad angegeben.

4.2 Winkelabstände

Betrachtet man die Position von zwei Objekten (1,2) auf einer Kugeloberfläche, so lässt sich in Kugelkoordinaten der Cosinus des Winkelabstands ν_{e_1,e_2} zwischen den beiden Richtungsvektoren e_1 und e_2 der Objekte durch

$$\begin{aligned} \cos\nu_{e_1,e_2} &= \sin\theta_1\cos\phi_1 \cdot \sin\theta_2\cos\phi_2 \\ &\quad + \sin\theta_1\sin\phi_1 \cdot \sin\theta_2\sin\phi_2 \\ &\quad + \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2 \end{aligned} \tag{4.1}$$

berechnen. Gleichung (4.1) entspricht dem Skalarprodukt der Ortsvektoren e_1 und e_2. Die Koordinaten der Objekte sind (s. Abbildung 4.2) durch

$$\begin{pmatrix} x_{1,2} \\ y_{1,2} \\ z_{1,2} \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \sin\theta_{1,2}\ \cos\phi_{1,2} \\ \sin\theta_{1,2}\ \sin\phi_{1,2} \\ \cos\theta_{1,2} \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

gegeben. Bei den Kugelkoordinaten wird der Zenitwinkel mit θ, der Azimutwinkel mit ϕ und der Abstand eines Objekts zum Koordinatenursprung mit r bezeichnet.
Interessiert man sich lediglich für die Richtungen und nicht für den Abstand von Objekten zum Beobachtungspunkt, so fällt der Abstand r weg.
Der Winkel der galaktischen Breite b wird von der Ebene aus angegeben, in der sich das Zentrum der Milchstraße befindet. Verglichen mit den Kugelkoordinaten ist $b = 90° - \theta$.
Der Cosinus des Winkelabstands zwischen zwei Beobachtungsrichtungen wird aufgrund des Zusammenhangs

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha) \tag{4.3}$$
$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$$

für galaktische Koordinaten mit durch

$$\begin{aligned} \cos\nu_{e_1,e_2} &= \cos b_1 \cos l_1 \cdot \cos b_2 \cos l_2 \\ &\quad + \cos b_1 \sin l_1 \cdot \cos b_2 \sin l_2 \\ &\quad + \sin b_1 \cdot \sin b_2 \end{aligned} \tag{4.4}$$

berechnet.
Für die äquatorialen Koordinaten gilt ebenfalls der Zusammenhang mit den Kugelkoordinaten $dec = 90^\circ - \theta$. Daher wird zur Berechnung des Cosinus vom Winkelabstand zwischen zwei Objekten in äquatorialen Koordinaten folgende Gleichung verwendet:

$$\begin{aligned} \cos\nu_{e_1,e_2} &= \cos dec_1 \cos ra_1 \cdot \cos dec_2 \cos ra_2 \\ &\quad + \cos dec_1 \sin ra_1 \cdot \cos dec_2 \sin ra_2 \\ &\quad + \sin ra_1 \cdot \sin ra_2. \end{aligned} \tag{4.5}$$

4.3 Healpy

Für die Darstellung von astronomischen Koordinaten bietet es sich an, die Himmelskugel auf eine Ellipse zu projezieren[2]. Eine in der Astronomie gängige Art solcher Projektionen nennt sich Mollweide-Projektion (s. Abbildung 4.3). Die in dieser Arbeit präsentierten Darstellungen von astronomischen Koordinaten wurden durch Mollweide-Projektionen realisiert. Dazu wurde die Programmiersprache Python (s. `http://www.python.org`) benutzt. Mit Python lassen sich solche Projektionen darstellen, indem man das Programm Healpy verwendet. Healpy ist eine Implementierung der HEALPix-Software (Górski *et al.* 2005) für Python. Dabei wird jede mögliche Blickrichtung in einer Kugel einem Pixel zugeordnet. Dies geschieht unter der Annahme, dass man sich als Beobachter im Mittelpunkt der Kugel befindet und die Kugeloberfläche in einzelne kleine Flächen (Pixel) mit jeweils zugeordneten Koordinaten einteilt. Diese Pixel sind wie in Abbildung 4.4 angeordnet. Die Anzahl der Pixel wird durch den Parameter N_{side} über die Beziehung $12 \cdot N_{\mathrm{side}}^2$ festgelegt. Die Nummerierung der Pixel kann ringförmig (engl. ring) oder verschachtelt (engl. nested) erfolgen (s. Abbildung 4.5). Jedem Pixel werden 2 Winkel zugeordnet, der Zenit- und Azimutwinkel ($\theta \in [0^\circ,90^\circ]$ und $\phi \in [0^\circ,180^\circ]$). Die Anzahl der Pixel entlang der Nord- Südpol-Achse entspricht N_θ und die Anzahl der Pixel um die Äquatorebene entspricht N_ϕ. Die Pixel in den Polebenen sind so miteinander verbunden, dass sie die Kugel an den Polen schließen.
Der Zenitwinkel ist auf der z-Achse 0° und läuft in die Richtung der Azimut-Ebene, wo der Zenitwinkel 90° ist, weiter bis zur negativen z-Achse, auf der der Zenitwinkel

[2]Wie die Projektion der Weltkugel auf eine Ellipse in Atlanten.

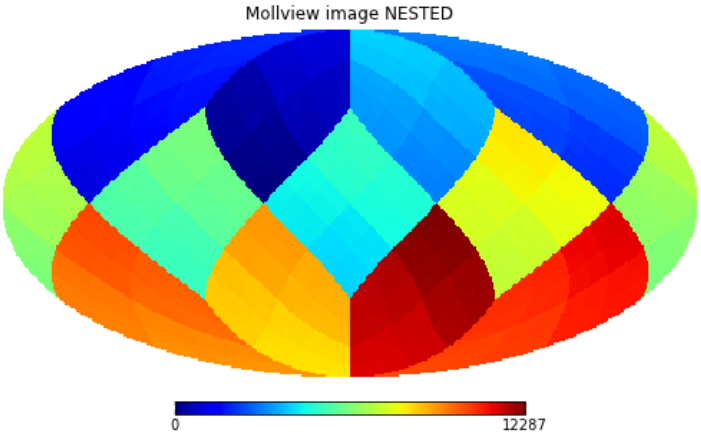


Abbildung 4.3: Beispiel einer Mollweide-Projektion durch Healpy. Die Kugel ist in 12288 (0 bis 12287) Pixel eingeteilt. In diesem Beispiel werden die Pixel verschachtelt nummeriert und jeweils mit ihrer Zählnummer farbskaliert. Die Abbildung stammt von `http://healpy.readthedocs.org/en/latest/tutorial.html`.

180° ist (s. Abbildung 4.2). Bei der Mollweide-Projektion wird die so aufgeteilte dreidimensionale Kugel in eine zweidimensionale Ellipsenform gebracht. In Abbildung 4.3 ist ein Beispiel zu sehen, wie die Projektion der Kugel auf eine zweidimensionale Ellipse aussieht. In diesem Beispiel ist die Kugel in 12288 Pixel aufgeteilt, die verschachtelt nummeriert und mit ihrer jeweiligen Zählnummer farbskaliert sind. Möchte man astronomische Objekte in dieser Projektion darstellen, so muss man berücksichtigen, dass sowohl bei galaktischen, als auch bei äquatorialen Koordinaten, die Breite bzw. Deklination aus der jeweils zugrunde liegenden Äquatorebene heraus verläuft. Das bedeutet, dass der Ursprung des Zenitwinkels verglichen mit Kugelkoordinaten um 90° verschoben ist.

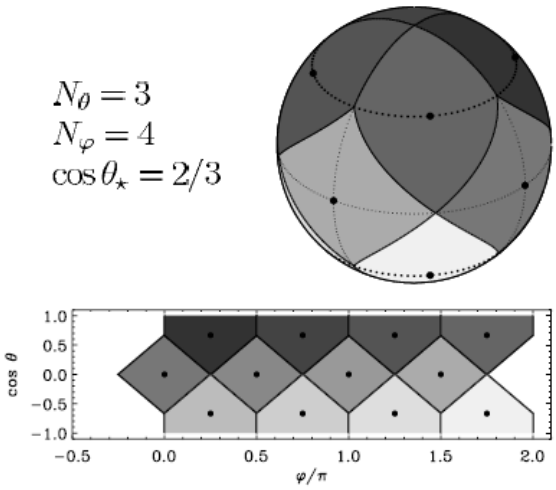


Abbildung 4.4: Prinzip der Darstellung von Kugeloberflächen durch Healpy. Oben: Einteilung einer Kugeloberfläche in Pixel, die den Kugelkoordinaten zugeordnet werden. Die gestrichelten Linien um die Polkappen kennzeichnen den Azimutwinkel $\theta_\star$, an dem die Polebenen an die Äquatorebene grenzen. In diesem Beispiel ist $N_\theta = 3$ und $N_\phi = 4$. Unten: Zylindrische Projektion der Kugeloberfläche. Die Abbildung stammt von Górski *et al.* (2005).

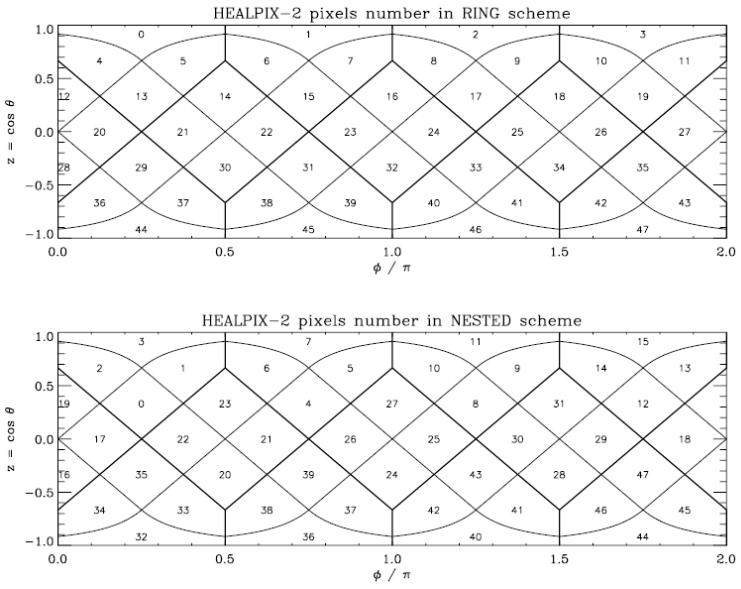


Abbildung 4.5: Möglichkeiten der Nummerierung von Pixeln. Oben: Ringförmige Nummerierung. Unten: Verschachtelte Nummerierung. Die Abbildung stammt von Górski *et al.* (2005).

Kapitel 5

Verwendete Daten

Da in dieser Arbeit nach Anisotropien in den Raten von Elektronen der kosmischen Strahlung gesucht wird, ist es notwendig die Elektronen der H.E.S.S.-Daten von den Hadronen zu unterscheiden, da der Anteil von Hadronen in den Messungen überwiegt. Deshalb wurde von Ohm *et al.* (2009) eine Methode entwickelt, die zur Unterscheidung von Elektronen und Protonen, die den größten Anteil der restlichen kosmischen Strahlung ausmachen, dient. In diesem Kapitel wird der ζ-Parameter beschrieben, der für die Wahrscheinlichkeit steht, dass ein gemessenes Ereignis mit einem Elektron zu identifizieren ist.

5.1 Elektron-Proton-Separation

Die IACTs detektieren lediglich die Cherenkovstrahlung von Luftschauern, die in der Atmosphäre ausgelöst werden. Da in dieser Arbeit die Raten von Elektronen der kosmischen Strahlung untersucht werden sollen, ist es nötig zu unterscheiden, ob es sich bei jedem detektierten Signal um ein Elektron oder ein Teilchen der restlichen kosmischen Strahlung (Untergrund) handelt. Der Untergrund setzt sich zum größten Teil aus Protonen ($\approx 87\%$), einem geringeren Teil von Heliumkernen ($\approx 12\%$) und einigen schwereren Kernen zusammen (s. Kapitel 2).

Um jedem gemessenen Ereignis zuordnen zu können, ob es sich um ein Elektron oder ein Proton handelt, bedient man sich beim H.E.S.S.-Experiment der Random Forest Methode (engl. für Zufallswald). Dabei handelt es sich allgemein um ein Verfahren, welches Ereignisse klassifiziert. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode kann in Breiman 2001 nachgelesen werden. Diese Methode wurde von Ohm *et al.* (2009) für die IACTs des H.E.S.S.-Experiments eingeführt, um Elektronen zu identifizieren. Der Parameter, den die Methode für die Wahrscheinlichkeit dafür liefert, ob es sich beim Primärteilchen um ein Elektron oder ein Proton handelt, wird mit ζ gekennzeichnet. Der Verlauf des ζ-Parameters für Elektronen und den Untergrund ist in Abbildung 5.1 für Energien zwischen 1 TeV und 4 TeV zu sehen. Der Untergrund wird mit dem Einfluss von Protonen angenähert, da der Einfluss von schwereren Kernen im Bereich $\zeta > 0{,}6$, der als Schnitt für Elektronereignisse in Abbildung 5.1 benutzt wird, sehr gering ist. Anhand von Eingangsparametern p_i wird an jedem Knotenpunkt (s. Abbildung 5.2) entschieden,

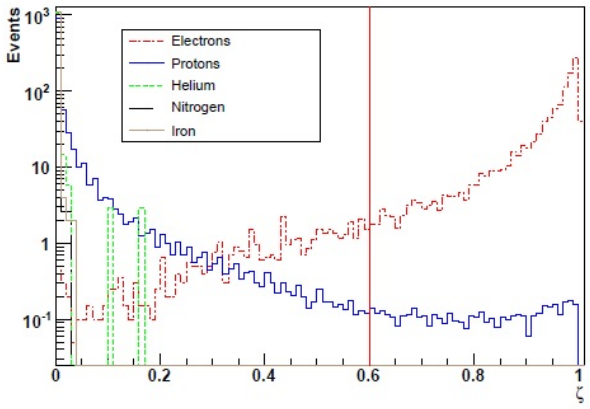


Abbildung 5.1: Beispiel der ζ-Verteilungen von simulierten Protonen und Elektronen mit Cuts A (s. Tabelle 5.2). Die Abbildung stammt von Egberts (2009).

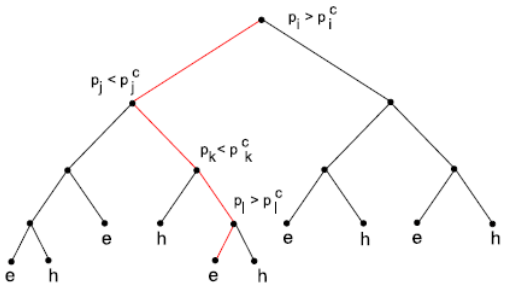


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung eines Entscheidungsbaums der Random Forest Methode. An jedem Knotenpunkt werden die Eingangsparameter p_i mit optimierten Schnittwerten p_i^c verglichen. Wenn $p_i > p_i^c$ ist, wird das Ereignis in den linken nächsten Knoten geleitet. Ist $p_i < p_i^c$, so wird es zum rechten Knoten geleitet. Am Ende steht die Zuordnung durch e für Elektron oder h für Hadron fest. Die Abbildung stammt von Egberts (2009).

ob es sich bei einem Ereignis um ein Elektron oder Proton handelt. Am letzten Knoten steht die Zuordnung fest. Pro IACT werden 13 Eingangsparameter, wie z.B. die Maße der großen und kleinen Hillas-Halbachsen (s. Kapitel 3.2), abgefragt. Bei der Random Forest Methode handelt es sich um einen selbstlernenden Entscheidungsprozess. Zur Einteilung in Elektronen- und Protonenereignisse werden die Entscheidungsbäume der Random Forest Methode durch Vergleiche von Monte Carlo simulierten Elektronen und Protonen durch SIBYLL (s. Fletcher *et al.* 1994) mit bekannten Daten trainiert. Für das Training werden die Eingangsparameter von Ereignissen mit einem Zenitwinkel von 20° und in verschiedenen Energiebereichen simuliert und mit bekannten Daten mit den gleichen Eigenschaften verglichen.
In Abbildung 5.3 ist die Effizienz des ζ-Parameters von Ereignissen zwischen 1 TeV und 4 TeV mit einem Schnitt bei $\zeta > 0{,}6$ (vertikale Linie in Abbildung 5.1) zu sehen. Dabei ist $\epsilon_e = N_e^{\text{pas}}/N_e^{\text{tot}}$, wobei N_e^{pas} der Anzahl von Elektronen entspricht, die nach

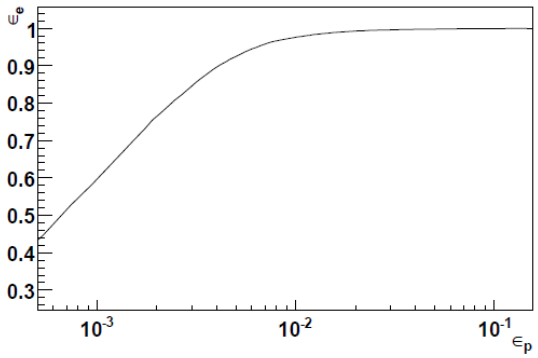


Abbildung 5.3: Schnitteffizienz des ζ-Parameters für Ereignisse mit rekonstruierten Energien zwischen 1 TeV und 4 TeV. Die Abbildung stammt von Egberts (2009).

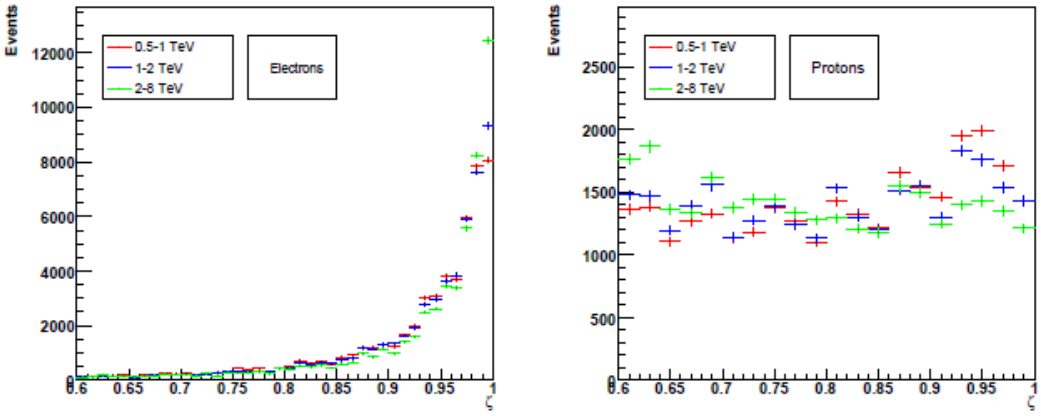


Abbildung 5.4: Energieabhängigkeit des ζ-Parameters für simulierte Elektronen und Protonen. Für 3 verschiedene Energiebereiche sind links (rechts) die simulierten Elektronen (Protonen) zu sehen.

dem Schnitt von $\zeta > 0{,}6$ übrig bleiben und N_e^{tot} der Anzahl der insgesamt simulierten Elektronen. ϵ_p ist entsprechend für Protonen definiert. Durch den ζ-Schnitt wird in dem Energieintervall von 1 TeV bis 4 TeV eine Unterdrückung des Untergrundes auf 0,72% erreicht, während 96% der Elektronen nach dem Schnitt übrig bleiben. Der ζ-Parameter selbst hängt von der Energie, dem Abstand eines Signals vom Mittelpunkt der Kamera und vom Zenitwinkel ab. Die Abhängigkeiten sind in den Abbildungen 5.4 bis 5.6 zu sehen. Die Abbildungen stammen von Egberts 2009. In Abildung 5.4 ist zu erkennen, dass die Effizienz des ζ-Parameters besser wird, je höher die Energie der Teilchen ist. Die Anzahl übriggebliebener Elektronen steigt (Abbildung 5.4 links), während die Anzahl übriggebliebener Protonen (Abbildung 5.4 rechts) mit steigender Energie fällt. Die Abhängigkeit von der Entfernung des Signals von der Mitte der Kamera (s. Abbildung 5.5) ist gering. Außerdem liefert die Random Forest Methode eine optimierte Effizienz bei einem Zenitwinkel von 20° (s. Abbildung 5.6).

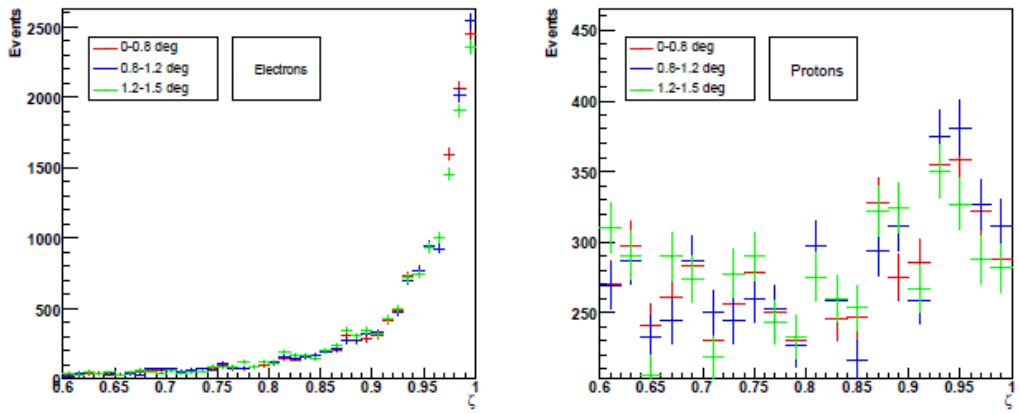


Abbildung 5.5: Abhängigkeit des ζ-Parameters von der Entfernung des Signals zum Mittelpunkt der Kamera für simulierte Elektronen und Protonen. Für 3 verschiedene Intervalle des Abstands sind links (rechts) die simulierten Elektronen (Protonen) zu sehen. Dabei wurde die Energie auf ein Intervall von 0,7 bis 4 TeV begrenzt.

5.2 Datensatz

Die Analyse wurde mit Daten des H.E.S.S.-Experiments durchgeführt. Die von den IACTs (s. Kapitel 3.1) detektierten Ereignisse werden mit sämtlichen Informationen über Energie, Koordinaten etc. der einzelnen Ereignisse in ROOT-Dateien gespeichert. ROOT[1] ist ein Programm, das vom CERN[2] ursprünglich für Analysen in der Teilchenphysik entwickelt wurde und auch in der Astronomie verwendet wird. Im Folgenden wird die Beobachtung einer Quelle von bestimmter Dauer als Run bezeichnet. Die Beobachtungsdauer eines Runs liegt bei ca. 1500 Sekunden (für die genauen Beobachtungsdauern s. Tabellen A.1 und A.2). Die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen von 540 H.E.S.S.-Runs von 2004 bis 2008, die nach Wetterbedingungen und anderen Kriterien, die über die Qualität des Datensatzes entscheiden, ausgewählt wurden (Aharonian *et al.* 2006). Insgesamt wurden die H.E.S.S.-Teleskope, über diese 540 Runs verteilt, auf 29 verschiedene (extragalaktische) Quellen (s. Abbildung 5.7) gerichtet. Bei den H.E.S.S.-Runs wird die Quelle nie direkt beobachtet, sondern immer eine sogenannte wobble-Position angepeilt, die zwischen 0,5° und 1,5° neben der Quelle liegt (s. Aharonian *et al.* 2006). Für den nächsten Run wird dieser Abstand zur beobachteten Quelle auf der anderen Seite der Quelle (also um 180° an der Quelle gespiegelt) eingehalten (s. Abbildungen 5.8 und A.1). Diese Methode dient einer besseren Bestimmung des Untergrundes und der Unterdrückung systematischer Effekte, die durch die radiale Abhängigkeit der Kameraakzeptanz auftauchen.

[1] `http://root.cern.ch/drupal/`.
[2] `http://public.web.cern.ch/public/`.

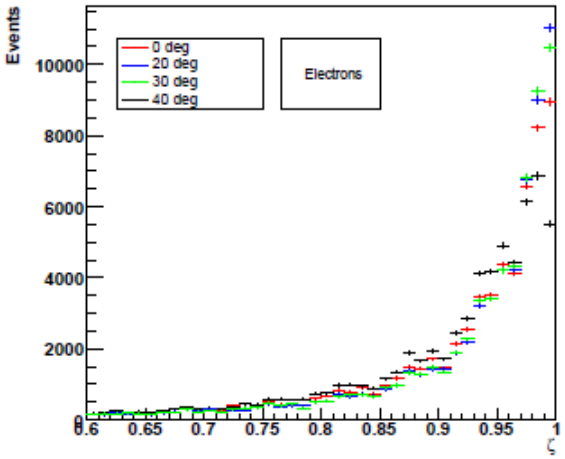
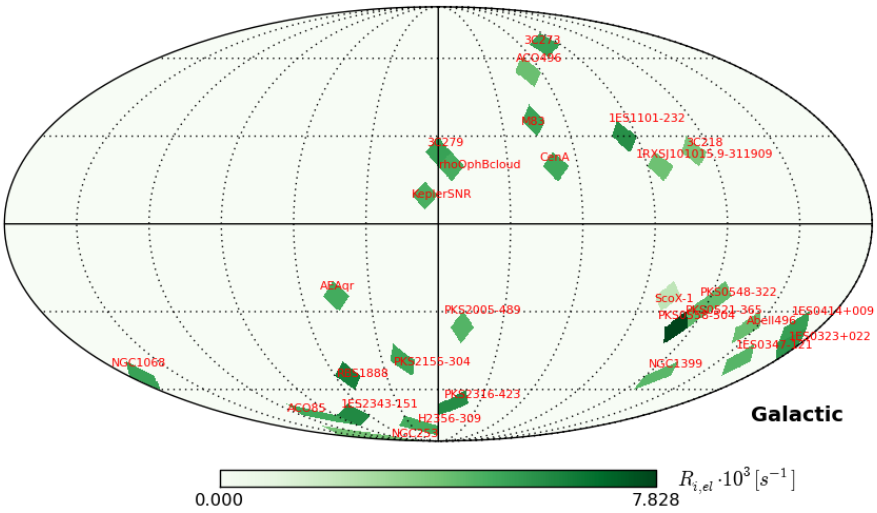


Abbildung 5.6: Zenitwinkelabhängigkeit des ζ-Parameters für simulierte Elektronen und Protonen. Es sind die ζ-Verteilungen von simulierten Elektronen mit Zenitwinkeln von 0°, 20°, 30° und 40° im Energiebereich von 0,7 bis 4 TeV zu sehen.

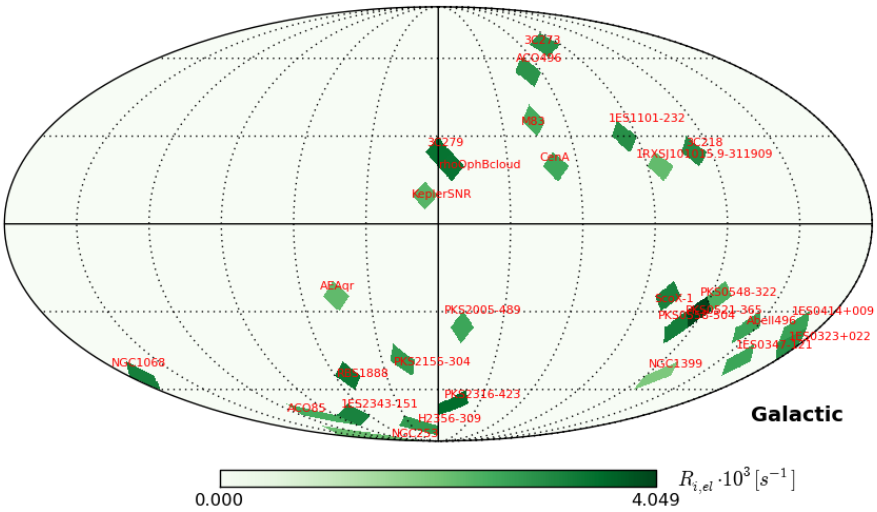
Die gemessenen Daten wurden mit folgenden Schnitten (engl. cuts) versehen:

- Energie-Schnitte
- Quellen-Schnitte (s. Abbildung 5.8)
- Cuts A (s. Egberts 2009)

Die für die Analyse verwendeten Quellen sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Die Energie-Schnitte teilen die gemessenen Ereignisse in zwei Energiebereiche ΔE_1 = [0,616 ; 1,047] TeV und ΔE_2 = [1,047 ; 14,454] TeV, für die diese Analyse separat durchgeführt wurde. Diese Einteilung wurde gemacht, weil die Einflüsse der systematischen Fehler vom betrachteten Energiebereich abhängig sind. Außerdem ist die Anzahl detektierter Ereignisse im hohen Energiebereich kleiner, weshalb ein größeres Intervall gewählt wurde, damit die Mindestanzahl an Ereignissen im Bereich der gaußschen Statistik bleibt. Das muss gewährleistet sein, um die χ^2 in Kapitel 6.1 für die Untersuchung der Elektronenraten auf Dipolanisotropien anzuwenden. Die Bereiche ΔE_1 und ΔE_2 wurden so gewählt, damit die Protonenanteile (s. Kapitel 5.3) aus den Histogrammen in Abbildung 5.9 abgelesen werden können. Für die Quellenschnitte wurden alle Ereignisse, die im Radius von 0,4° um die jeweils beobachteten Quellen liegen, entfernt, um den diffusen Hintergrund zu erhalten und zu vermeiden, dass die Quellen selbst Beiträge zu den zu untersuchenden Raten liefern. In Abbildung 5.8 ist anhand des Beispiels PKS 2155-304 zu sehen, wie die gemessenen Ereignisse um die Mitte der Beobachtungsrichtungen verteilt sind. Dabei sind die Koordinaten der Ereignisse in Deklination und Rektaszension gegeneinander aufgetragen (s. Kapitel 4). Das Kreuz in der Mitte des weißen Kreises deutet die Position der Quelle an. Es handelt sich um eine Darstellung aller Ereignisse, zusammengesetzt aus jedem auf PKS 2155-304 gerichteten Run. Anhand der kreisförmigen Ausläufer oben, unten, links und rechts in der Abbildung kann



(a) ΔE_1



(b) ΔE_2

Abbildung 5.7: Beobachtungsrichtungen der in dieser Arbeit verwendeten Daten. Die Punkte zeigen die Positionen der Quellen aus Tabelle 5.1 in galaktischen Koordinaten. Die Farbskala stellt die Elektronenrate der jeweiligen Quelle dar. (a) bezieht sich auf den Energiebereich ΔE_1 und (b) auf ΔE_2. Bei beiden Abbildungen handelt es sich um Mollweide-Projektionen in galaktischen Koordinaten.

man sehen, dass die Teleskope während der einzelnen Runs nie direkt auf die Quelle gerichtet sind, sondern etwas versetzt in der oben beschriebenen wobble-Position. Cuts A setzen sich zusammen aus Schnitten auf die Bildgröße (engl. image size) der in den H.E.S.S.-Teleskopen platzierten Kameras, gemessen in Einheiten von Photoelektronen

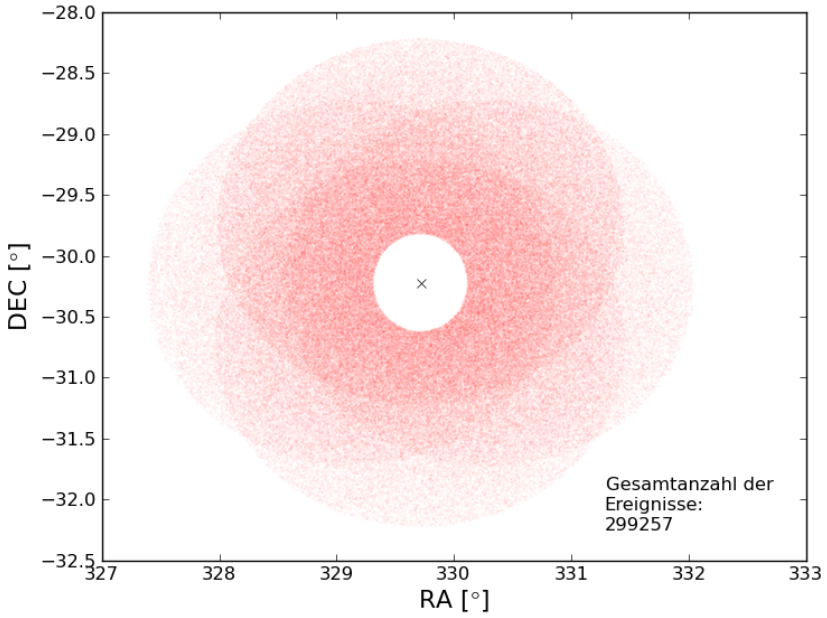


Abbildung 5.8: Zusammengesetzte Ereignisse aller Beobachtungen von PKS 2155-304. Dabei handelt es sich um alle detektierten Ereignisse, also cosmic rays und Elektronen. Die Koordinaten sind in Deklination und Rektaszension in Grad gegeneinander aufgetragen.

(s. Kapitel 3.1) und die Entfernung der durch die gemessenen Ereignisse ausgelösten Cherenkov-Lichtkegel zum Teleskop, dem in Kapitel 3.2 eingeführten Schauerabstand. Cuts A sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Der Schnitt von mindestens 200 p.e. wird so hoch angesetzt, damit die in Kapitel 3.2 eingeführten Hillas-Ellipsen gut ausgeprägt sind (s. Egberts 2009). Der Schnitt auf den Schauerabstand ist so gewählt, dass die Schauer noch hinreichend gut rekonstruiert werden können, da die Rekonstruktion mit größeren Schauerabständen schlechter wird. In dieser Arbeit werden nur Daten verwendet, die in den festgelegten Energiebereich für Cuts A fallen. Die Positionen der Quellen aus Tabelle 5.1 sind in galaktischen Koordinaten in Abbildung 5.7 zu sehen. Dabei sind die Positionen mit der jeweiligen Elektronenrate der Beobachtungsrichtung farbskaliert. Die Raten $R_{i,\mathrm{el}}$ entsprechen den in Kapitel 6.2 definierten Größen aus Gleichung (6.9). Der Index i nummeriert die 29 Quellen ($i = 1, ..., 29$).

5.3 Effizienz

Durch Schnitte auf ζ lassen sich die elektromagnetischen Ereignisse von den Protonen der kosmischen Strahlung trennen (s. Kapitel 5.1). In dieser Arbeit wurden Elektronen mit Ereignissen identifiziert, für die der ζ-Parameter einen Wert von $\zeta > 0{,}9$ annimmt, und der Rest der kosmischen Strahlung (vor allem Protonen) mit $\zeta < 0{,}1$. Die Daten, die durch ζ-Schnitte als Elektronen identifiziert wurden, haben noch einen Anteil an

Tabelle 5.1: Für die Analyse verwendete Quellen und ihre Äquatorial- und galaktischen Koordinaten.

Quelle	*ra* [°]	*dec* [°]	*l* [°]	*b* [°]
H2356-309	359.7825	-30.6275	12.8417	-78.0352
PKS2155-304	329.7167	-30.2256	17.7304	-52.2456
1ES1101-232	165.9071	-23.4919	273.1901	33.0796
PKS0548-322	87.6688	-32.7711	238.0988	-26.2894
1RXSJ101015.9-311909	153.1514	-31.3193	267.3304	20.3580
1ES0414+009	64.2183	1.0900	191.8142	-33.1594
1ES0347-121	57.3467	-11.9908	201.9267	-45.7090
PKS2005-489	302.3558	-48.8314	350.3733	-32.6007
NGC253	11.8880	-25.2883	97.3684	-87.9641
3C273	187.2779	2.0524	289.9508	64.3600
1ES2343-151	356.4075	-14.8194	68.4097	-70.3537
ACO85	11.1094	-9.3333	117.2965	-72.1284
CenA	201.3666	-43.0192	309.5171	19.4170
rhoOphBcloud	246.7958	-24.4750	353.1298	16.7341
NGC1399	55.4843	-35.4500	236.6935	-52.9327
PKS2316-423	349.7750	-42.1133	348.4494	-65.9414
KeplerSNR	262.6700	-21.4864	4.5212	6.8225
AEAqr	310.0382	-0.8709	45.2804	-24.4187
3C218	139.5238	-12.7953	243.5327	24.6612
1ES0323+022	51.5579	2.4206	180.7470	-42.4317
RBS1888	340.925	-12.5183	52.6297	-56.7380
NGC1068	40.6696	-0.5130	172.6540	-52.3019
Abell496	68.4075	-13.2619	209.5868	-36.4882
M83	204.2533	-29.8663	314.5829	31.9723
PKS0521-365	80.7417	-36.4586	240.6077	-32.7159
3C279	194.0461	-6.2891	305.0728	56.5629
ScoX-1	244.2648	-15.6433	358.6067	24.3092
PKS0558-504	89.9474	-49.9475	257.4000	-28.4902
PictorA	79.9570	-45.7790	251.5969	-34.6344

Tabelle 5.2: Cuts A.

Cuts A	
Schauerabstand	Bildgröße
$>$ 200 m	$>$ 200 p.e.

Protonen (ϵ_{cr}) und Photonen (ϵ_{γ}). In Abbildung 5.9 sind für verschiedene Energiebereiche die Verteilungen des ζ-Parameters und die einzelnen Beiträge von Protonen und Elektronen gezeigt (s. Egberts 2009). Aus diesen Histogrammen wurden die Anteile der Protonen an den mit Elektronen identifizierten Ereignissen ($\zeta > 0{,}9$) für die jeweiligen Energiebereiche ermittelt, da die Verteilungen auch bei $\zeta > 0{,}9$ noch einen Protonenan-

teil aufweisen. Der Protonenanteil ϵ_{cr} an den mit Elektronen identifizierten Ereignissen ergibt sich zu $\epsilon_{\mathrm{cr}} = n_{\mathrm{cr}}/(n_{\mathrm{cr}} + n_{\mathrm{em}})$, wobei n_{cr} der Anzahl von Protonen, und n_{em} der Anzahl von Elektronen und Photonen im Bereich $\zeta > 0,9$ entspricht. Zieht man den Protonenanteil von der Gesamtzahl der Ereignisse mit $\zeta > 0,9$ ($n_{\zeta>0,9}$) ab, so erhält man die elektromagnetischen Ereignisse, die zusätzlich mit einer Korrektur bezüglich der Photonen versehen werden müssen, damit man die Anzahl an Ereignissen erhält, die den Elektronen entsprechen. Der Photonenanteil der elektromagnetischen Ereignisse wird mit ϵ_γ bezeichnet. Der Elektronenanteil der elektromagnetichen Ereignisse ist $\epsilon_{\mathrm{el}} = 1 - \epsilon_\gamma$. Somit ist der Elektronenanteil schließlich durch

$$n_{\mathrm{el}} = (1 - \epsilon_{\mathrm{cr}})\epsilon_{\mathrm{el}}\, n_{\zeta>0,9} \tag{5.1}$$

gegeben. (Die zur Bestimmung der Protonenanteile wichtigen Größen sind in Tabelle A.3 zusammengefasst.)
Zur Bestimmung von ϵ_γ wurde für ein 90% Konfidenzintervall die X_{max}-Verteilung in Abbildung 5.10 mit dem Verhältnis von Elektronen zu Photonen als freiem Parameter angepasst (s. Aharonian *et al.* 2008). X_{max} entspricht dem Maximum des Luftschauers (s. Kapitel 3.1). Der ermittelte Wert von ϵ_γ liegt bei ca. 10%.

5.4 Systematische Effekte

Um den Einfluss systematischer Fehler in die Analyse einzubeziehen, wurde vorerst überprüft, ob eine Korrelation zwischen den Elektronenraten und den Raten der Hadronen kosmischen Strahlung vorhanden ist. Der p-Wert gibt an, wie wahrscheinlich es ist, dass eine Nullhypothese auf eine Stichprobe von beispielsweise gemessenen Daten bestätigt wird (Press *et al.* 2007). Die Nullhypothese, die dem p-Wert in Abbildung 5.11 und Abbildung 5.12 zugrunde liegt, entspricht der Annahme, dass die Daten nicht korreliert sind. Bei dem p-Wert handelt es sich um eine Wahrscheinlichkeit (also $0 \leq p \leq 1$). Abbildungen 5.11 und 5.12 zufolge liegt eine Korrelation vor, da der p-Wert für den Energiebereich ΔE_1 (ΔE_2) mit $p = 4{,}82 \cdot 10^{-5}$ ($p = 4{,}75 \cdot 10^{-3}$) sehr gering ist. Aus der vorliegenden Korrelation kann darauf geschlossen werden, dass sich systematische Fehler gleichermaßen auf die cosmic ray- und Elektronenraten auswirken. Zur Berechnung der Korrelation wurde die Spearman Rangkorrelation verwendet.
Betrachtet man die Histogramme in den Abbildungen 5.13 und 5.14, so stellt man fest, dass außerdem die systematischen Fehler offensichtlich gaußisch verteilt sind, was eine Voraussetzung dafür ist, dass die χ^2-Methode (s. Kapitel 6.1) für die Analyse angewendet werden kann. In den Abbildungen ist histogrammiert, durch wieviele H.E.S.S.-Runs bestimmte Intervalle von Elektronen- bzw. cosmic ray-Raten gemessen wurden. In Abbildung 5.13 (a) scheint die Streuung um den Erwartungswert μ auf den ersten Blick größer zu sein als in (b). Betrachtet man aber die relativen Streuungen σ/μ, so stellt man fest, dass die Streuung in (b) größer als in (a) ist, was aufgrund von weniger Ereignissen im Energiebereich ΔE_2 zu erwarten ist. Die Raten $R_{k,\mathrm{el}}$ und $R_{k,\mathrm{cr}}$ entsprechen den Raten der Elektronen und der cosmic rays der jeweiligen 540 H.E.S.S.-Runs (s. Kapitel 5.2) und somit den Definitionen aus Gleichung (6.9) und (6.16) mit dem Unterschied, dass hier nicht die jeweiligen Gesamtraten der i (= 1, ..., 29) Quellen, sondern die Raten der einzelnen k (= 1, ..., 540) Runs betrachtet werden.

Der systematische Fehler auf die Elektronenraten wird durch eine Methode abgeschätzt, die im Folgenden erklärt wird. Der systematische Fehler auf die Elektronen- bzw. cosmic ray-Raten ist durch Gleichung (6.12) bzw. Gleichung (6.19) definiert. Es wird angenommen, dass die Rate der hadronischen kosmischen Strahlung mit einer Signifikanz von 2σ (95%) isotrop ist. Mithilfe von Tabelle 5.3 wird der Faktor ϵ_{sys} bestimmt, welcher den Wert von χ^2 (= 41,34 für 28 Freiheitsgrade und 95% Wahrscheinlichkeit, dass das χ^2 kleiner ist, als dieser Wert) für die Rate der hadronischen kosmischen Strahlung liefert, der mit dieser Annahme übereinstimmt (s. Kapitel 6.1). In der Tabelle ist der relevante Wert von χ^2 hervorgehoben. Dieser Einfluss des systematischen Fehlers wird dann für die Elektronenrate übernommen.

Tabelle 5.3: Kritische Werte der χ^2-Verteilung. (Auszug aus einer Tabelle von `http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda3674.htm`).

	Wahrscheinlichkeit, dass χ^2 höchstens den angegebenen Wert annimmt.				
Anzahl der Freiheitsgrade ν	0.90	0.95	0.975	0.99	0.999
27	36,741	40,113	43,195	46,963	55,476
28	37,916	**41,337**	44,461	48,278	56,892
29	39,087	42,557	45,722	49,588	58,301

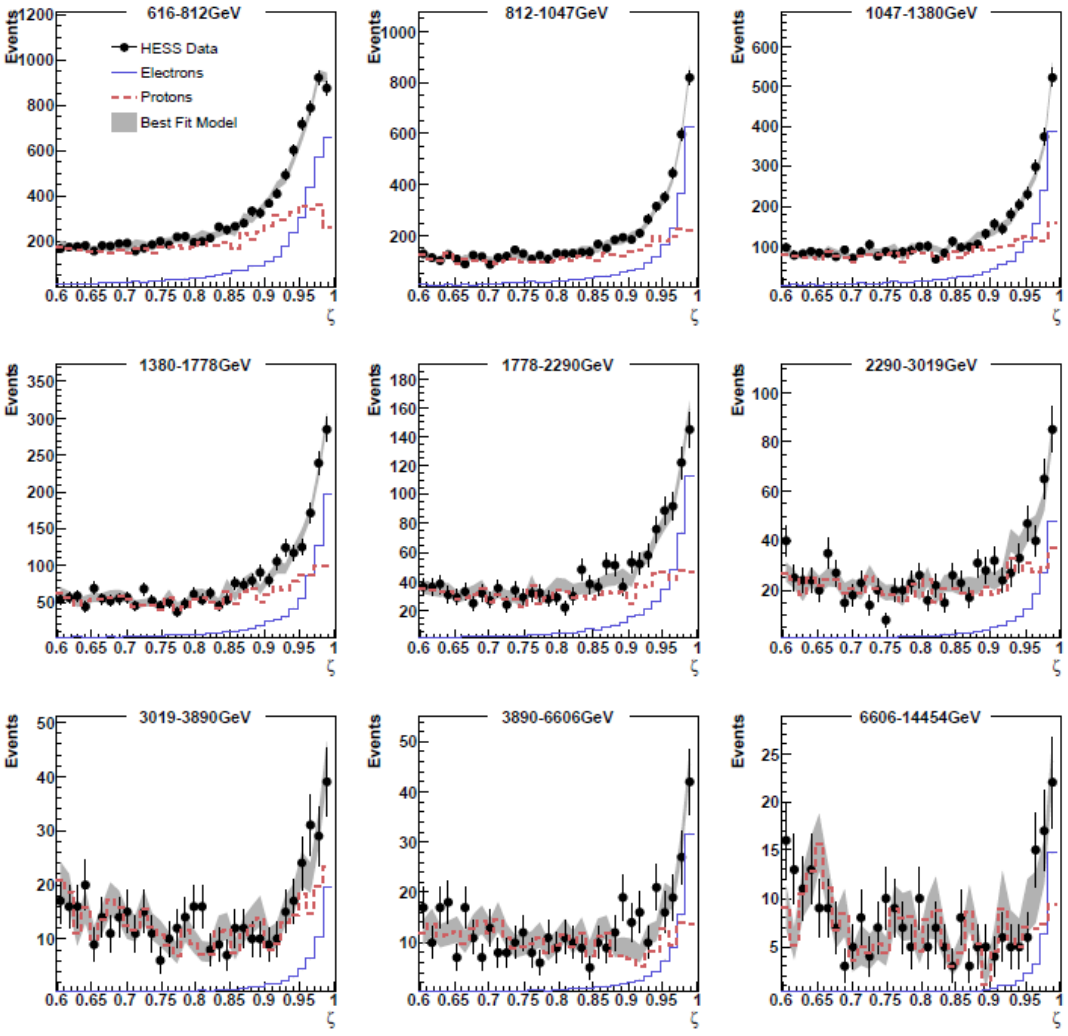


Abbildung 5.9: ζ-Verteilungen verschiedener Energiebereiche mit Cuts A (s. Tabelle 5.2). Die Abbildung stammt von Egberts (2009).

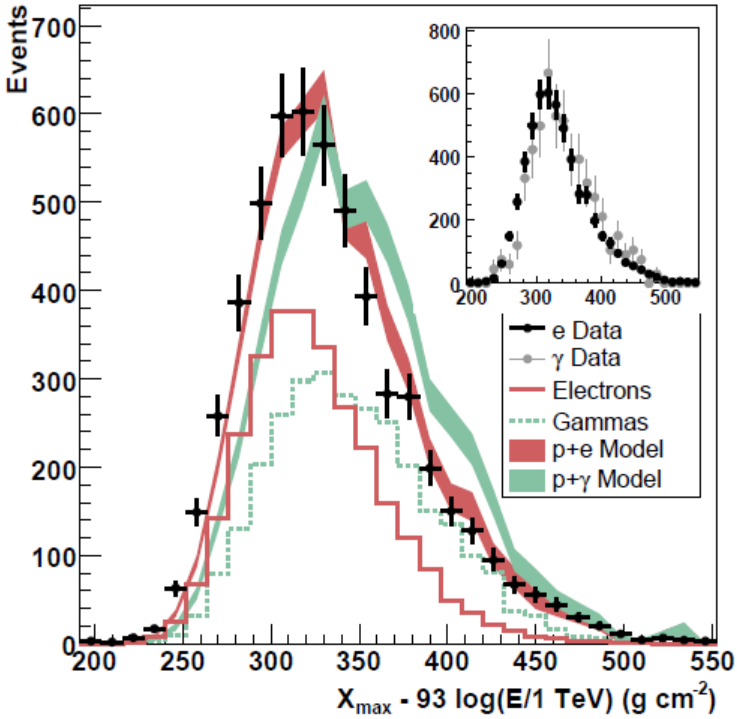


Abbildung 5.10: Rekonstruierte Tiefe der Luftschauer-Maxima $X_{\max}$ (s. Kapitel 3.1) von H.E.S.S.-Ereignissen mit $\zeta > 0{,}9$ zwischen 1 und 4 TeV mit zwei Modellen: Kombination von simulierten Elektronen und Protonen, sowie die Kombination simulierter Elektronen und Photonen und die Verteilungen simulierter Elektronen und Photonen (unkombiniert). Die Simulationen wurden mit SIBYLL durchgeführt (s. Text). Eingebettete Abbildung: Vergleich zwischen den Elektronendaten und photonenreichen Daten einer Beobachtung 0,15° um eine Photonenquelle. Die Abbildung stammt von Aharonian *et al.* (2008).

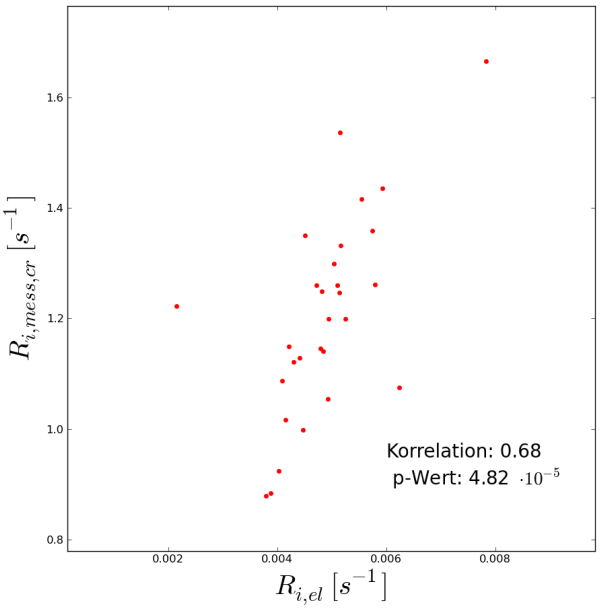


Abbildung 5.11: Korrelation zwischen Elektronen und cosmic rays im Energiebereich ΔE_1.

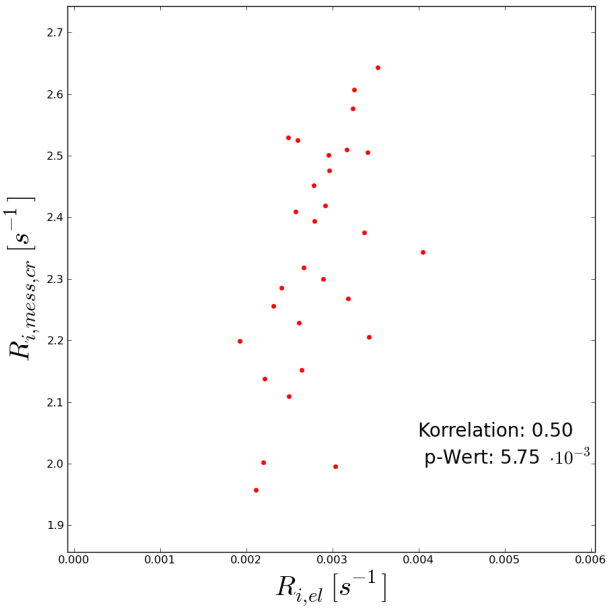
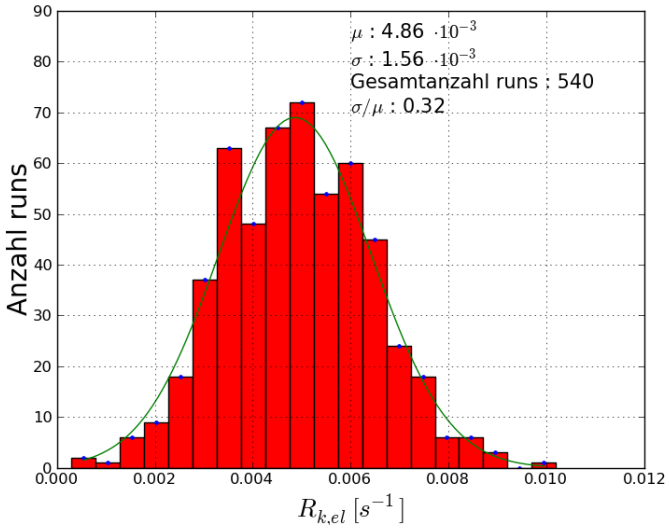
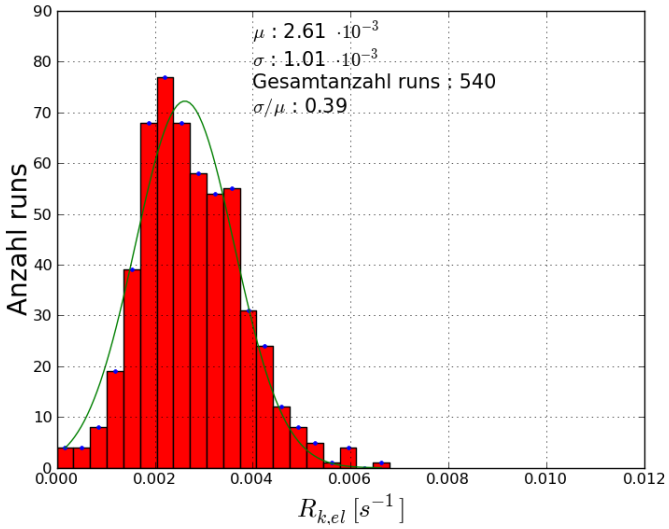


Abbildung 5.12: Korrelation zwischen Elektronen und cosmic rays im Energiebereich ΔE_2.

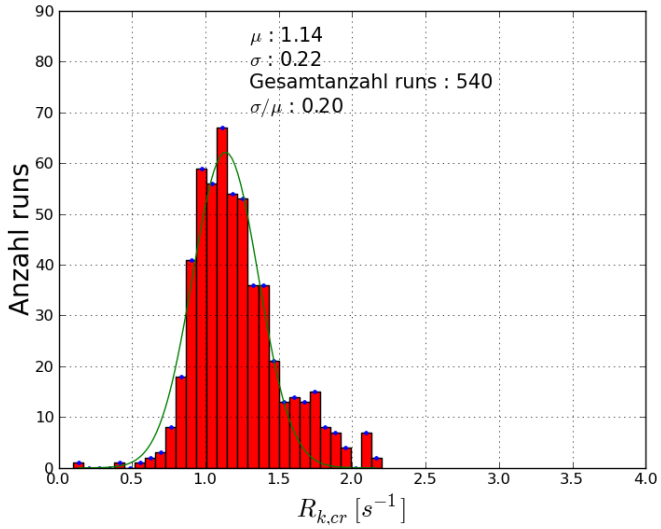


(a) ΔE_1 = [0,616 ; 1,047] TeV

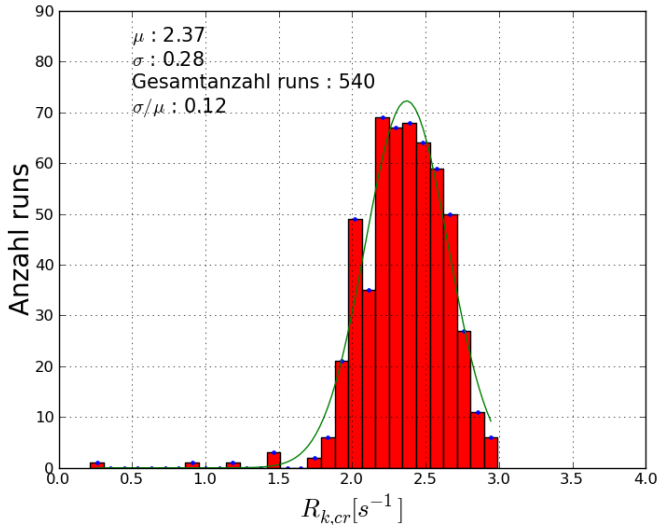


(b) ΔE_2 = [1,047 ; 14,454] TeV

Abbildung 5.13: Histogramme der Elektronenraten für die verschiedenen Energieintervalle. Gegeneinander aufgetragen ist jeweils die Anzahl der H.E.S.S.-Runs, deren Elektronenraten $R_{k,\mathrm{el}}$ in einem bestimmten Ratenintervall auftauchen. Die 540 Runs werden mit k indiziert. Die grüne Kurve entspricht einer Anpassung durch eine Gaußfunktion. (a): Für den Energiebereich ΔE_1 liefert die Anpassung einen Erwartungswert μ von $4,86 \cdot 10^{-3}$ mit einer Standardabweichung σ von $1,56 \cdot 10^{-3}$. Die relative Streuung σ/μ ist 0,32. (b): Für den Energiebereich ΔE_2 ist $\mu = 2,61 \cdot 10^{-3}$ und $\sigma = 1,01 \cdot 10^{-3}$. Die relative Streuung σ/μ ist 0,39.



(a) ΔE_1 = [0,616 ; 1,047] TeV



(b) ΔE_2 = [1,047 ; 14,454] TeV

Abbildung 5.14: Histogramme der Raten hadronischer, kosmischer Strahlung für die verschiedenen Energieintervalle. Die gegeneinander aufgetragenen Größen sind analog zu Abbildung 5.13 für die Hadronen der kosmischen Strahlung definiert. (a): Für den Energiebereich ΔE_1 liefert die Anpassung einen Erwartungswert μ von $1,14$ mit einer Standardabweichung σ von $0,22$. Die relative Streuung σ/μ ist 0,20. (b): Für den Energiebereich ΔE_2 ist $\mu = 2,37$ und $\sigma = 0,28$. Die relative Streuung σ/μ ist 0,12.

Kapitel 6

Suche nach Dipolanisotropien

6.1 χ^2-Methode

Mit der χ^2-Methode ist es möglich zu überprüfen, inwiefern gemessene Daten (x_i, y_i) mit einem theoretischen Modell übereinstimmen. Für N Messungen ist i = 1, ..., N. Dazu wird die Abweichung experimentell gemessener Daten (y_i) von einer Modellfunktion $y(x_i|a_1, ..., a_M)$ mit M Parametern (a_j mit j = 1, ..., M) bestimmt.
Unter der Annahme, dass die y_i um $y(x_i)$ mit Standardabweichungen σ_i gaußisch normalverteilt sind und in kleine, diskrete Intervalle Δy eingeteilt werden, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Messungen das angenommene Modell beschreiben, gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten jedes einzelnen Punktes. Diese Wahrscheinlichkeit P(Messung|Modell) wird durch die sogenannte Likelihood-Gleichung beschrieben:

$$P(\text{Messung}|\text{Modell}) = \prod_{i=1}^{N} \left(\exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \right] \Delta y \right). \tag{6.1}$$

Durch Anpassung (engl. fit) der Parameter, welche die Wahrscheinlichkeit maximieren, erhält man die beste Übereinstimmung zwischen Modell und Messdaten. Die Maximierung von Gleichung (6.1) ist äquivalent zu einer Minimierung von Gleichung (6.2), die dem negativen natürlichen Logarithmus von Gleichung (6.1) entspricht:

$$-\ln P = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - y(x_i))^2}{2\sigma_i^2} \right] - N \ln \Delta y. \tag{6.2}$$

N $\ln \Delta y$ ist ein konstanter Term. Deshalb muss der Teil der Funktion minimiert werden, der von den Parametern a_j abhängt. Dieser definiert das χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - y(x_i|a_1, ..., a_M))^2}{\sigma_i^2} \tag{6.3}$$

Betrachtet man die Größe

$$\Delta\chi^2 = \chi^2(a_1, ..., a_M) - \chi^2(a_1^0, ..., a_M^0), \tag{6.4}$$

wobei $\chi^2(a_1^0, ..., a_M^0)$ dem χ^2-Wert entspricht, der durch den angepassten Parameter-Satz $(a_1^0, ..., a_M^0)$ den kleinsten Wert annimmt[1], so ist es möglich, durch Variation der Parameter um den Satz $a_1^0, ..., a_M^0$, Konfidenzintervalle zu definieren, die durch Werte von $\Delta\chi^2$ festgelegt sind. (Für eine ausfühliche Erklärung s. Press *et al.* 2007). Hängt $\Delta\chi^2$ nur von einem Parameter (M = 1) ab, so folgt $\Delta\chi^2$ einer Normalverteilung mit einer Standardabweichung von 1. Daher erhält man mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% (1σ-Konfidenzintervall) einen Wert von $\Delta\chi^2 \leq 1$. Für einige Konfidenzintervalle und Beispiele für verschiedene Anzahlen anzupassender Parameter M sind die Werte von $\Delta\chi^2$ in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Die Anzahl der Freiheitsgrade ν berechnet sich aus der Anzahl der Messungen N und der Anzahl anzupassender Parameter M zu $\nu = N - M$. Das Minimum von χ^2 ($\chi^2(a_1^0, ..., a_M^0)$), im Folgenden durch m abgekürzt, ist nach

$$f(m, \nu) = \frac{m^{\frac{\nu}{2}-1} \cdot e^{\frac{-m}{2}}}{2^\nu \cdot \Gamma(\frac{\nu}{2})} \tag{6.5}$$

um den Erwartungswert ν mit einer Varianz von 2ν verteilt, da das Minimum dem wahrscheinlichsten Modell entspricht. Deshalb sollte eine gute Anpassung der a_j Parameter einen Wert von $\chi^2 \approx \nu$ liefern. Dabei entspricht $\Gamma(\nu/2)$ der Gamma-Funktion (s. Bronstein und Semendjajew 2008) und m ist positiv, da die Summe von quadratischen Termen, wie es in der Definition von χ^2 der Fall ist, nicht negativ werden kann. Somit sollte das reduzierte χ^2 ($\chi^2_{\text{red}} = \chi^2/\nu$) ungefähr 1 ergeben. Je mehr $\chi^2_{\text{red}} > 1$ von 1 abweicht, desto wahrscheinlicher ist es, dass das angenommene Modell die Verteilung der Messdaten nicht gut beschreibt. Ist dagegen $\chi^2_{\text{red}} < 1$, so sind die Fehler wahrscheinlich zu großzügig abgeschätzt.

In Abbildung 6.1 sind Beispiele von Wahrscheinlichkeitsverteilungen von χ^2 nach Gleichung (6.5) mit verschiedenen Freiheitsgraden gezeigt. Durch die Normierung der χ^2-Verteilung durch Gleichung (6.4) wird die Anzahl der Freiheitsgrade auf die Anzahl anzupassender Parameter reduziert.

Tabelle 6.1: $\Delta\chi^2$ als Funktion von Konfidenzintervallen p und Anzahl anzupassender Parameter M. Auszug einer Tabelle aus Press *et al.* (2007).

	M					
p	1	2	3	4	5	6
68,27%	1,00	2,30	3,53	4,72	5,89	7,04
90%	2,71	4,61	6,25	7,78	9,24	10,6
95,45%	4,00	6,18	8,02	9,72	11,3	12,8
99%	6,63	9,21	11,3	13,3	15,1	16,8
99,73%	9,00	11,8	14,2	16,3	18,2	20,1
99,99%	15,1	18,4	21,1	23,5	25,7	27,9

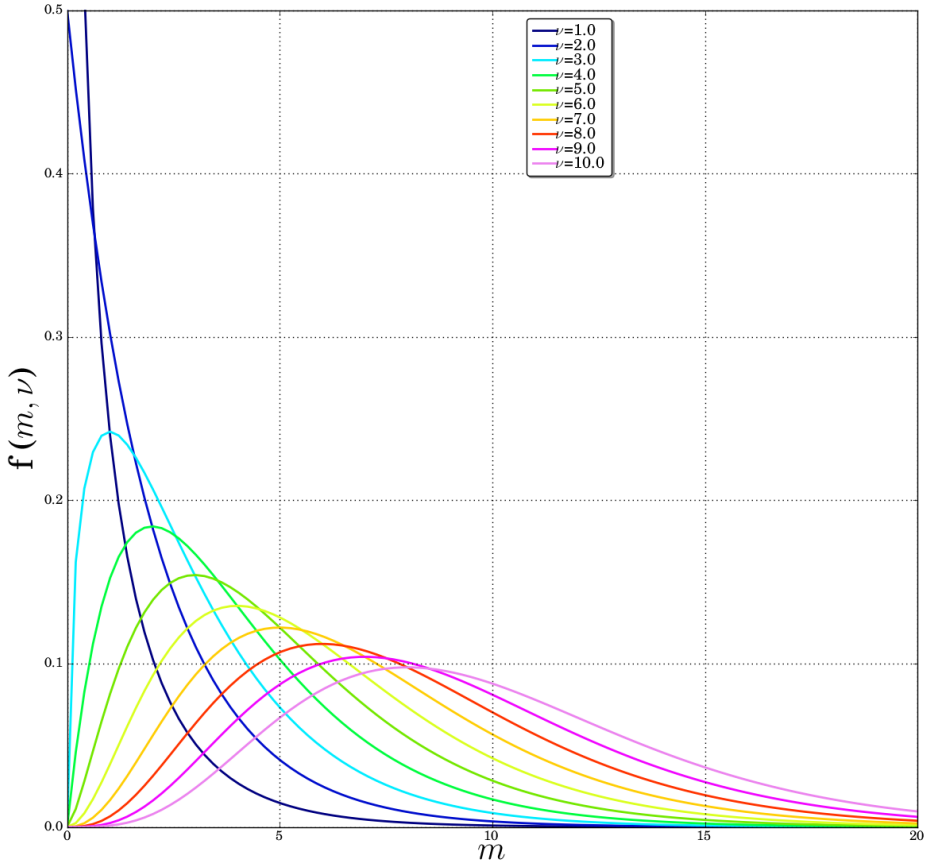


Abbildung 6.1: Beispiele der Wahrscheinlichkeitsdichten von χ^2-Verteilungen mit unterschiedlicher Anzahl von Freiheitsgraden ν.

6.2 Ergebnisse

Im Folgenden bezeichnet der Index i die beobachteten Quellen (insgesamt 29) und j die Runs, die auf die jeweils gleiche Quelle gerichtet wurden. Sind Größen nicht mit el oder cr indiziert, so handelt es sich um die Größen, die nur durch $\zeta > 0,9$-Schnitte (s. Kapitel 5.1) mit Elektronen identifiziert, aber noch nicht mit Korrekturfaktoren aus Tabelle 6.2 versehen wurden. Die gemessenen Raten und Fehler sind wie folgt definiert:

$$R_{i,\text{mess}} = \frac{\sum_j n_{ij}^{\zeta>0,9}}{\sum_j t_{ij}} \tag{6.6}$$

[1] Das bedeutet, dass $\chi^2(a_1^0, ..., a_M^0)$ die wahrscheinlichsten Modellparameter liefert.

$$\sigma_{i,\text{mess,stat}} = \frac{\sqrt{\sum_j n_{ij}^{\zeta>0,9}}}{\sum_j t_{ij}} \tag{6.7}$$

$$\langle R \rangle_{\text{mess}} = \frac{\sum_i R_{i,\text{mess}}/\sigma_{i,\text{mess}}^2}{\sum_i 1/\sigma_{i,\text{mess}}^2}. \tag{6.8}$$

$R_{i,\text{mess}}$ entspricht der gemessenen Rate der Ereignisse mit $\zeta > 0,9$ ohne Abzug des Beitrags von Hadronen und Photonen der kosmischen Strahlung. $\sigma_{i,\text{mess,stat}}$ entspricht dem statistischen Fehler auf $R_{i,\text{mess}}$ und $\langle R \rangle_{\text{Mess}}$ ist die mit $\sigma_{i,\text{mess}}$ gewichtete, mittlere Gesamtrate (ohne oben genannte Korrekturfaktoren). Gemittelt wurde über die Raten $R_{i,\text{mess}}$ der beobachteten Quellen.
Außerdem ist $\sigma_{i,\text{mess}} = \sqrt{\sigma_{i,\text{mess,stat}}^2 + \sigma_{i,\text{mess,sys}}^2}$ und setzt sich aus dem statistischen und dem systematischen Messfehler zusammen, wobei der systematische Fehler $\sigma_{i,\text{mess,sys}} = \epsilon_{\text{sys}} \cdot R_{i,\text{mess}}$ ist. Die Anzahl detektierter Ereignisse in der Beobachtungszeit t_{ij} mit einem ζ-Wert $> 0,9$ wird mit $n_{ij}^{\zeta>0,9}$ gekennzeichnet.

Tabelle 6.2: Definitionen wichtiger Größen.

Größe	Definition
ϵ_{cr}	Hadronenanteil von $R_{i,\text{mess}}$ für die Ereignisse mit $\zeta > 0,9$.
$\epsilon_{\text{el}}(= 1 - \epsilon_\gamma)$	Elektronenanteil von $\epsilon_{\text{cr}} \cdot R_{i,\text{mess}}$. $\epsilon_{\text{cr}} \cdot R_{i,\text{mess}}$ entspricht dem elektromagnetischen Anteil von $R_{i,\text{mess}}$.
ϵ_γ	Photonenanteil von $\epsilon_{\text{cr}} \cdot R_{i,\text{mess}}$.
ϵ_{sys}	Faktor, der den systematischen Fehler liefert. $\sigma_{i,\text{mess,sys}} = \epsilon_{\text{sys}} \cdot R_{i,\text{el}}$. Abgeschätzt aus der Rate der cosmic rays ($\zeta < 0,1$). (s. Kapitel 5.4.)
δ	Dipolamplitude (anzupassender Parameter).
ν_i	Winkelabstand zwischen Koordinaten der i-ten Quelle und dem jeweils betrachteten Punkt auf der Himmelskugel (s. Kapitel 4.3).

Die Analyse wird, wie bereits in Kapitel 5.2 erwähnt, für zwei unterschiedliche Energiebereiche ΔE_1 und ΔE_2 durchgeführt, wobei ΔE_1 = [0,616 ; 1,047] TeV und ΔE_2 = [1,047 ; 14,454] TeV den jeweiligen Energieintervallen entspricht.

Tabelle 6.3: Werte der Korrekturfaktoren und der Einfluss systematischer Fehler.

Größe	Wert	
	ΔE_1	ΔE_2
ϵ_{cr}	0,47	0,50
ϵ_{el}	0,9	0,9
ϵ_{sys}	0,126	0,069

Da für diese Analyse die Elektronenraten benötigt werden, müssen die oben genannten Korrekturfaktoren auf die Größen aus Gleichung (6.9) bis Gleichung (6.12) angewendet werden:

$$R_{i,\mathrm{el}} \overset{Gl.(6.6)}{=} \frac{\sum\limits_j \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot n_{ij}^{\zeta>0,9}}{\sum\limits_j t_{ij}} = \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot R_{i,\mathrm{mess}} \tag{6.9}$$

$$\sigma_{i,\mathrm{el,stat}} \overset{Gl.(6.7)}{=} \frac{\sqrt{\sum\limits_j \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot n_{ij}^{\zeta>0,9}}}{\sum\limits_j t_{ij}} = \sqrt{\epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}})} \cdot \sigma_{i,\mathrm{mess,stat}} \tag{6.10}$$

$$\langle R \rangle_{\mathrm{el}} = \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \tag{6.11}$$

$$\sigma_{i,\mathrm{el,sys}} = \epsilon_{\mathrm{sys}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot R_{i,\mathrm{mess}} = \epsilon_{\mathrm{sys}} \cdot R_{i,\mathrm{el}}. \tag{6.12}$$

Anhand der Histogramme in Abbildung 5.13 und Abbildung 5.14 wird die χ^2-Methode zur Bestimmung möglicher Dipolamplituden gerechtfertigt, da die Raten annähernd gaußisch verteilt sind. Die Dipolamplitude δ ist durch

$$\delta = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\max} + R_{\min}} \tag{6.13}$$

definiert (s. Gleichung (2.6) in Kapitel 2.3).
Betrachtet man die Modellfunktion $y(\nu_i|\delta)$ zur Berechnung von χ^2 für die Elektronen mit einer anzupassenden Dipolamplitude δ in Gleichung (6.21)

$$y(\nu_i|\delta) = \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot (1 + \delta \cdot \cos\nu_i), \tag{6.14}$$

so lässt sich zeigen, dass man durch Einsetzen von Gleichung (6.14) in Gleichung (6.13) unter Berücksichtigung von $R_{\max} \equiv \cos\nu_i = 1$ und $R_{\min} \equiv \cos\nu_i = -1$ die Dipolamplitude δ erhält:

$$\frac{y_{\max}(\nu_i|\delta) - y_{\min}(\nu_i|\delta)}{y_{\max}(\nu_i|\delta) + y_{\min}(\nu_i|\delta)}$$

$$= \frac{\langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot (1 + \delta \cdot \overbrace{\cos\nu_i}^{=+1}) - \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot (1 + \delta \cdot \overbrace{\cos\nu_i}^{=-1})}{\langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot (1 + \delta \cdot \underbrace{\cos\nu_i}_{=+1}) + \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) \cdot (1 + \delta \cdot \underbrace{\cos\nu_i}_{=-1})}$$

$$= \frac{\epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}})}{\epsilon_{\mathrm{el}} \cdot (1-\epsilon_{\mathrm{cr}})} \frac{\langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot (1 + \delta \cdot 1) - \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot (1 + \delta \cdot (-1))}{\langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot (1 + \delta \cdot 1) + \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot (1 + \delta \cdot (-1))}$$

$$= \frac{2 \cdot \langle R \rangle_{\mathrm{mess}} \cdot \delta}{2 \cdot \langle R \rangle_{\mathrm{mess}}} = \delta.$$

Für die cosmic rays (von Protonen dominiert) wurden die Daten mit $\zeta < 0{,}1$ benutzt (s. Kapitel 5.1) und folgendes χ^2 berechnet, um den systematischen Fehler, wie in Kapitel 5.4 beschrieben, zu bestimmen:

$$\chi^2_{\mathrm{cr}} = \sum_{i=1}^{29} \frac{\left(R_{i,\mathrm{mess,cr}} - \langle R\rangle_{\mathrm{mess,cr}}\right)^2}{\sigma^2_{i,\mathrm{mess,stat,cr}} + \underbrace{\sigma^2_{i,\mathrm{mess,sys,cr}}}_{=(\epsilon_{\mathrm{sys}}\cdot R_{i,\mathrm{mess,cr}})^2}} \tag{6.15}$$

Die Größen in Gleichung (6.15) sind folgendermaßen definiert:

$$R_{i,\mathrm{mess,cr}} = \frac{\sum\limits_j n_{ij}^{\zeta<0,1}}{\sum\limits_j t_{ij}} \tag{6.16}$$

$$\sigma_{i,\mathrm{cr,stat}} = \frac{\sqrt{\sum\limits_j n_{ij}^{\zeta<0,1}}}{\sum\limits_j t_{ij}} \tag{6.17}$$

$$\langle R\rangle_{\mathrm{mess,cr}} = \frac{\sum\limits_i R_{i,\mathrm{mess,cr}}/\sigma^2_{i,\mathrm{mess,cr}}}{\sum\limits_i 1/\sigma^2_{i,\mathrm{mess,cr}}} \tag{6.18}$$

$$\sigma_{i,\mathrm{cr,sys}} = \epsilon_{\mathrm{sys}} R_{i,\mathrm{mess,cr}}. \tag{6.19}$$

6.2.1 Bestimmung möglicher Dipolamplituden

Zur Bestimmung möglicher Dipolamplituden in den Elektronenraten wird folgende Gleichung verwendet:

$$\Delta\chi^2(\delta) = \chi^2(\delta) - \chi^2_{\mathrm{min}}. \tag{6.20}$$

Dabei ist

$$\begin{aligned}\chi^2(\delta) &= \epsilon^2_{\mathrm{el}} \sum_{i=1}^{29} \frac{\left(R_{i,\mathrm{mess}}\cdot(1-\epsilon_{\mathrm{cr}}) - \langle R\rangle_{\mathrm{mess}}\cdot(1-\epsilon_{\mathrm{cr}})\cdot(1+\delta\cdot\cos\nu_i)\right)^2}{\underbrace{\left(\sqrt{\epsilon_{\mathrm{el}}\cdot(1-\epsilon_{\mathrm{cr}})}\cdot\sigma_{i,\mathrm{mess,stat}}\right)^2}_{=\sigma^2_{i,\mathrm{el,stat}}} + \sigma^2_{i,\mathrm{el,sys}}} \\ &= \epsilon^2_{\mathrm{el}}\cdot(1-\epsilon_{\mathrm{cr}})^2 \cdot \sum_{i=1}^{29} \frac{\left(R_{i,\mathrm{mess}} - \langle R\rangle_{\mathrm{mess}}\cdot(1+\delta\cdot\cos\nu_i)\right)^2}{\underbrace{\sigma^2_{i,\mathrm{el,stat}} + \sigma^2_{i,\mathrm{el,sys}}}_{=(\sigma_{i,\mathrm{el}})^2}}.\end{aligned} \tag{6.21}$$

Da die H.E.S.S.-Teleskope (s. Kapitel 3.1) nur Daten aus Beobachtungen gewinnen, die von einzelnen Quellen stammen, müssen die gemessenen Raten jeweils auf die Richtungen der Himmelskugel (s. Kapitel 4.3) projeziert werden, die den gesamten Himmel abdecken. Das geschieht durch den Faktor $\cos\nu_i$ in Gleichung (6.21). Dabei steht ν_i für

den jeweiligen Winkelabstand zwischen den Richtungen der i Quellen und den abgebildeten Richtungen der Himmelskugel. Der Winkelabstand zwischen zwei Richtungen wird nach Gleichung (4.4) berechnet.
Ein Beispiel für die Verteilung von $\chi^2(\delta)$ ist in Abbildung 6.2 (a), und ein Beispiel für den Verlauf von $\Delta\chi^2(\delta)$ in Abbildung 6.2 (b) zu sehen. χ^2_{min} entspricht dem Wert von $\chi^2(\delta_0)$. An dieser Stelle besitzt $\chi^2(\delta)$ ein Minimum. δ_0 entspricht der Dipolamplitude in diesem Minimum und liefert den wahrscheinlichsten Wert einer möglichen Dipolamplitude. Für die Betrachtung der Signifikanz dieser Amplitude wird eine zweite Größe definiert, an der man ablesen kann, wie weit das Minimum von dem Fall einer nicht vorhandenen Dipolamplitude ($\delta = 0$) abweicht:

$$\Delta\chi^2_0(\delta) = \chi^2(\delta) - \chi^2(\delta = 0) \tag{6.22}$$

Dabei ist

$$\chi^2(\delta = 0) \overset{Gl.(6.21)}{=} \epsilon^2_{\text{el}} \cdot (1 - \epsilon_{\text{cr}})^2 \cdot \sum_{i=1}^{29} \frac{(R_{i,\text{mess}} - \langle R \rangle_{\text{mess}})^2}{\sigma^2_{i,\text{el}}}. \tag{6.23}$$

$\chi^2(\delta = 0)$ steht für das Modell, dass keine Dipolanisotropie vorhanden ist, da die Dipolamplitude $\delta = 0$ ist. Der Betrag des Minimums von Gleichung (6.23) wird der Signifikanz der bestimmten Dipolamplitude nach Tabelle 6.1 zugeordnet. In Abbildung 6.2 (c) ist ein Beispiel für den Verlauf von $\Delta\chi^2_0(\delta)$ zu sehen. Die Minima von $\Delta\chi^2_0(\delta)$ sind in Abbildung 6.3 (a) für ΔE_1 und (b) für ΔE_2 mit der Farbskala für jede Richtung der Himmelskugel gekennzeichnet. Die weißen Kreise entsprechen den Positionen der beobachteten Quellen, wobei der Umfang jeweils mit der Beobachtungsdauer (s. Tabelle A.1 und Tabelle A.2) skaliert ist. Zusätzlich sind die Positionen naheliegender Pulsare (s. Kapitel 2.3) angezeigt. Das globale Minimum kennzeichnet die Richtung auf der Himmelskugel, in der der Betrag des Minimums am größten ist. Der Wert von δ in dieser Richtung liefert jeweils die wahrscheinlichste Dipolamplitude für den betrachteten Energiebereich. Vergleicht man die Werte der globalen Minima (s. Tabelle 6.5) von ΔE_1 und ΔE_2 mit Tabelle 6.1, so ist zu erkennen, dass die Signifikanz einer Dipolamplitude für $\Delta E_1 \approx 90\%$ ($\approx 1,5\sigma$) und für $\Delta E_2 \approx 67\% < 68\%$ ($\approx 1\sigma$) entspricht. Diese Signifikanzen sind sehr gering, daher ist eine Dipolanisotropie in den Elektronenraten mit dieser Analyse nicht mit hinreichender Sicherheit zu bestätigen. Aus diesem Grund sollen im Folgenden obere Grenzen für mögliche Dipolamplituden bestimmt werden.

6.2.2 Bestimmung oberer Grenzen möglicher Dipolamplituden

Die oberen Grenzen möglicher Dipolamplituden werden mit δ_{og} gekennzeichnet. Für die oberen Grenzen wird ein Konfidenzintervall von 95,45% (2σ) festgelegt. Das bedeutet, dass eine mögliche Dipolamplitude mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,45% kleiner als δ_{og} ist. Gleichung (6.20) ermöglicht es, die oberen Grenzen von δ an der Stelle $\Delta\chi^2(\delta) = 4$ abzulesen. Denn der Bereich, der von $\Delta\chi^2(\delta) = 4$ nach unten begrenzt wird, entspricht nach Tabelle 6.1 dem Konfidenzintervall (2σ), welches für die oberen Grenzen der Dipolamplituden gewählt wurde (s. Abbildung 6.2 (b)). In Abbildung 6.4 (a) sind für ΔE_1 und in (b) für ΔE_2 die jeweiligen oberen Grenzen δ_{og} der Dipolamplituden mit der Farbskala für jede Richtung der Himmelskugel gekennzeichnet.

In dieser Abbildung entsprechen die weißen Kreise ebenfalls den Positionen der beobachteten Quellen und haben einen mit der Beobachtungsdauer skalierten Umfang. Auch hier sind die Positionen naheliegender Pulsare angezeigt. Die kleinsten oberen Grenzen der Dipolamplituden ($\delta_{\mathrm{og,min}}$) in den Energieintervallen ΔE_1 und ΔE_2 sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Sie stehen für die beste Sensitivität auf eine mögliche Dipolamplitude mit dem festgelegten Konfidenzintervall von 2σ. Die Abbildungen 6.3 und 6.4 stellen jeweils Mollweide-Projektionen (s. Kapitel 4) der Himmelskugel in galaktischen Koordinaten dar.

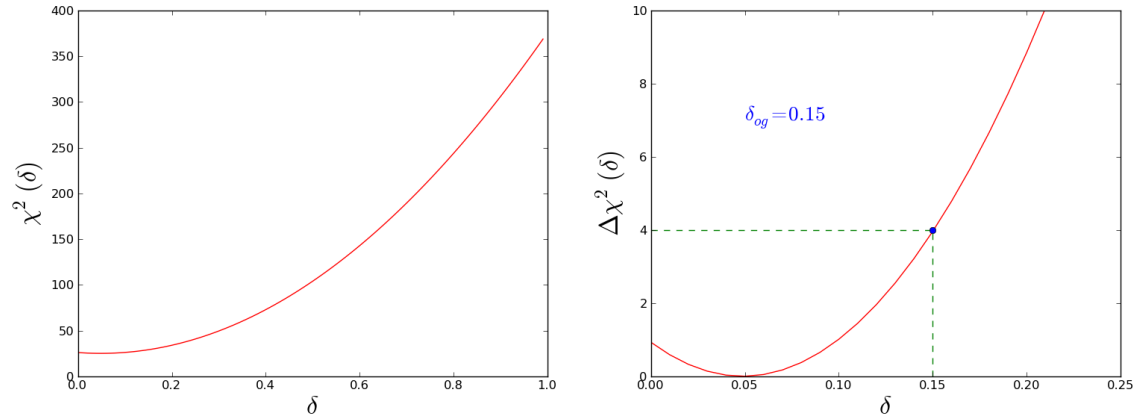
Tabelle 6.4: Die kleinsten oberen Grenzen auf mögliche Dipolamplituden in den betrachteten Energiebereichen ΔE_1 und ΔE_2.

	ΔE_1	ΔE_2
$\delta_{\mathrm{og,min}}$	0,054	0,058

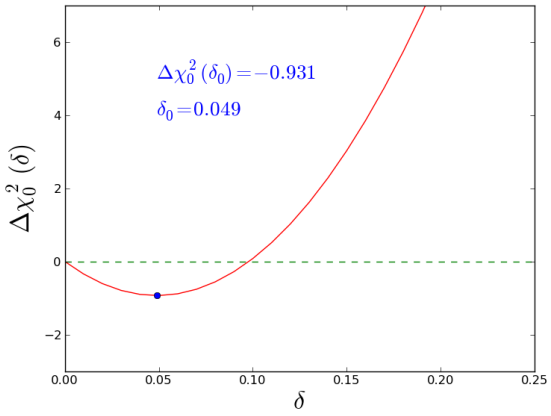
In Abbildung 6.5 (a) und (b) ist $R_{i,\mathrm{el}}/\langle R\rangle_{\mathrm{el}}$ mit den Fehlern $\sigma_{i,\mathrm{el}}/\langle R\rangle_{\mathrm{el}}$ gegen $\cos\nu_i$ für ΔE_1 bzw. ΔE_2 aufgetragen. In (c) und (d) sind die systematischen (statistischen) Fehler getrennt mit blauen (orangenen) Fehlerbalken dargestellt. Die systematischen und statistischen Fehler liegen in etwa in derselben Größenordnung. Die Anzahl der Freiheitsgrade (engl. degrees of freedom, Abk. d.o.f.) ist 28 und wird berechnet aus der Differenz der Messwerte zur Berechnung von χ^2 und der Anzahl anzupassender Parameter. In dieser Analyse entspricht das $29 - 1$ für 29 beobachtete Quellen und einem anzupassenden Parameter, der Dipolamplitude δ. Das in Kapitel 6.1 eingeführte reduzierte χ^2 (χ^2_{red}) ist gleichbedeutend mit $\chi^2/d.o.f.$. Die Abbildungen 6.5 (a) und (c) (b und d) beziehen sich auf das globale Minimum von $\Delta\chi^2_0(\delta)$ im Bereich ΔE_1 (ΔE_2). Da die Werte von δ_0 in den globalen Minima die höchste Signifikanz aufweisen, stehen diese für die beste Anpassung (engl. best fit) einer möglichen Dipolamplitude. Es ergeben sich für die Dipolamplituden der besten Anpassung die in Tabelle 6.5 zusammengefassten Werte. In Abbildung 6.5 wurden die Dipolamplituden mit einer Geraden angepasst. Anhand der positiven Steigung ist zu sehen, dass für jede Richtung die Annahme gemacht wurde, dass von ihr aus das Maximum einer möglichen Dipolamplitude zu sehen wäre. Der Cosinus eines sehr kleinen Winkels ist in etwa 1. Da $\cos\nu_i$ dem Cosinus des Winkelabstands zwischen der i-ten Quelle und der betrachteten Richtung auf der Himmelskugel ist, heißt das, dass in der Abbildung jeweils die Quelle, die am nächsten an der betrachteten Richtung in der Himmelskugel liegt, auf der x-Achse auch den Wert annimmt, der am nächsten an 1 ist. Das liegt an der Definition der Modellfunktion $y(\nu_i|\delta)$ (s. Gleichung (6.14)), in der eine mögliche Dipolamplitude zu der gewichteten, mittleren Gesamtrate addiert wird. Würde man sie davon subtrahieren, so würde man für jede betrachtete Richtung das Minimum einer Dipolamplitude annehmen. Die Wahl der Annahme ist beliebig und es wurde sich auf die erstgenannte festgelegt.

Tabelle 6.5: Die beste Anpassung der Dipolamplituden und Werte der globalen $\Delta\chi_0^2$-Minima in den Energiebereichen ΔE_1 und ΔE_2.

Größe	Wert	
	ΔE_1	ΔE_2
δ_0 (beste Anpassung)	0,097	0,049
$\Delta\chi_0^2$ (globales Minimum)	-2,696	-0,931

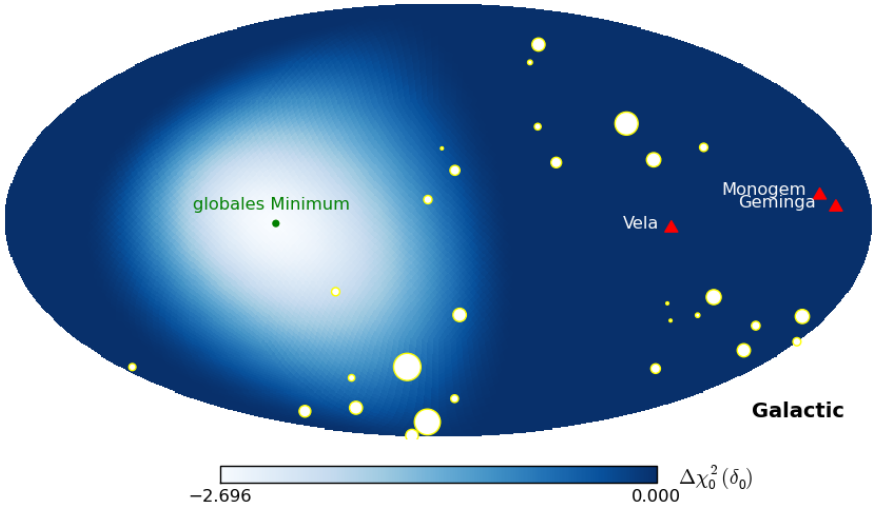


(a) (b)

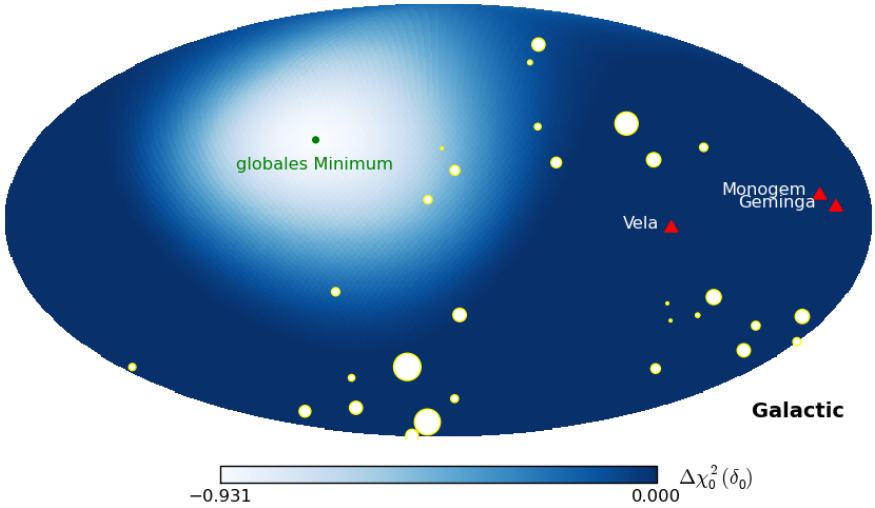


(c)

Abbildung 6.2: Normierungen von χ^2 für verschiedene Zwecke anhand von Beispielen im Energiebereich ΔE_2: (a) bis (c) beziehen sich auf die Richtung des globalen Minimums von $\Delta\chi_0^2(\delta_0)$. (a) zeigt den unnormierten Verlauf von $\chi^2(\delta)$. (b) zeigt den Verlauf von $\Delta\chi^2(\delta)$. Dabei tritt die obere Grenze der Dipolamplitude (δ_{og}) bei $\Delta\chi^2(\delta) = 4$ auf. In (c) ist der Verlauf von $\Delta\chi_0^2(\delta)$ zu sehen. Dabei ist am Betrag des Minimums die Signifikanz abzulesen.

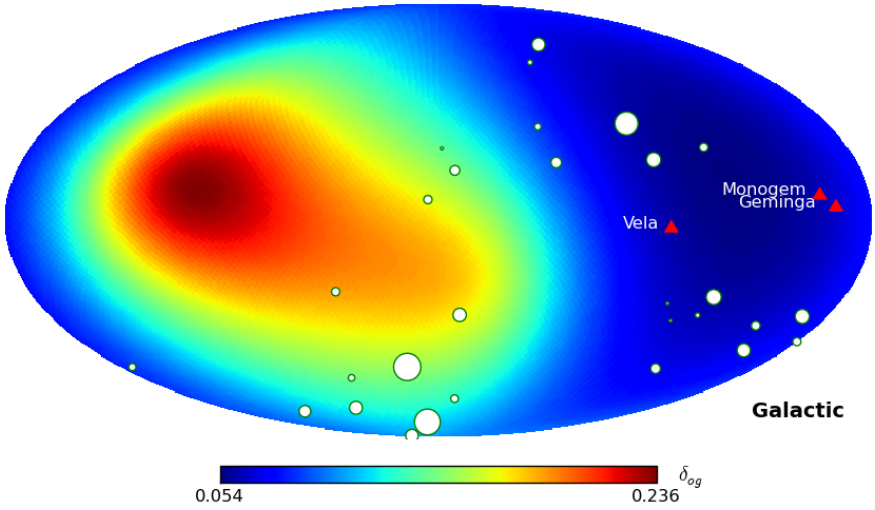


(a) $\Delta E_1 = [0{,}616\ ;\ 1{,}047]$ TeV

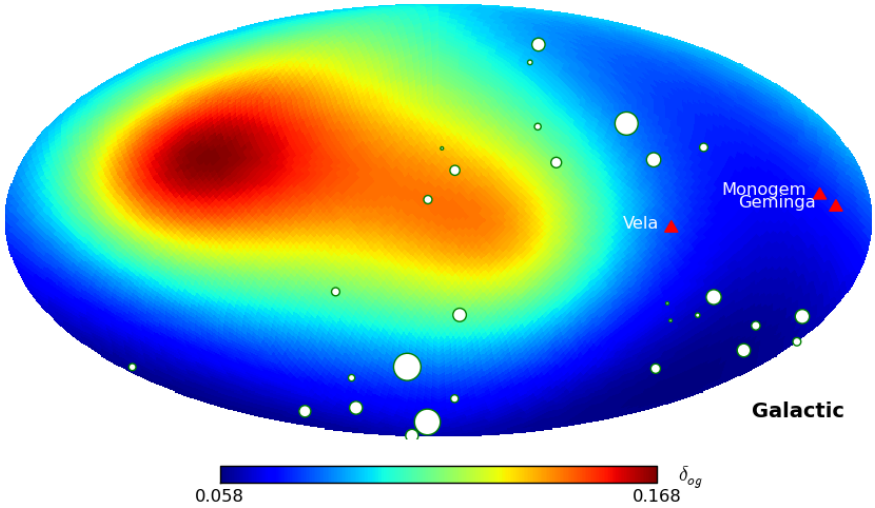


(b) $\Delta E_2 = [1{,}047\ ;\ 14{,}454]$ TeV

Abbildung 6.3: Minima der $\Delta\chi_0^2$-Verteilungen für jede Richtung der Himmelskugel und die verschiedenen Energieintervalle. Die Werte der $\Delta\chi_0^2$-Minima sind mit der Farbskala dargestellt. Die weißen Kreise kennzeichnen die Positionen der mit den H.E.S.S.-Teleskopen beobachteten Quellen und die Umfänge sind mit der jeweiligen Beobachtungsdauer skaliert (s. Tabelle A.1 für (a) im Energiebereich ΔE_1 und Tabelle A.2 für (b) im Energiebereich ΔE_2). Mit angezeigt sind die Positionen von Vela, Geminga und Monogem (rote Dreiecke). Die Richtungen der jeweiligen globalen Minima von $\Delta\chi_0^2$ sind mit den grünen Kreisen gekennzeichnet. (a) und (b) sind Mollweide-Projektionen der Himmelskugel und die Positionen sämtlicher Objekte sind in galaktischen Koordinaten angegeben (s. Kapitel 4.1).

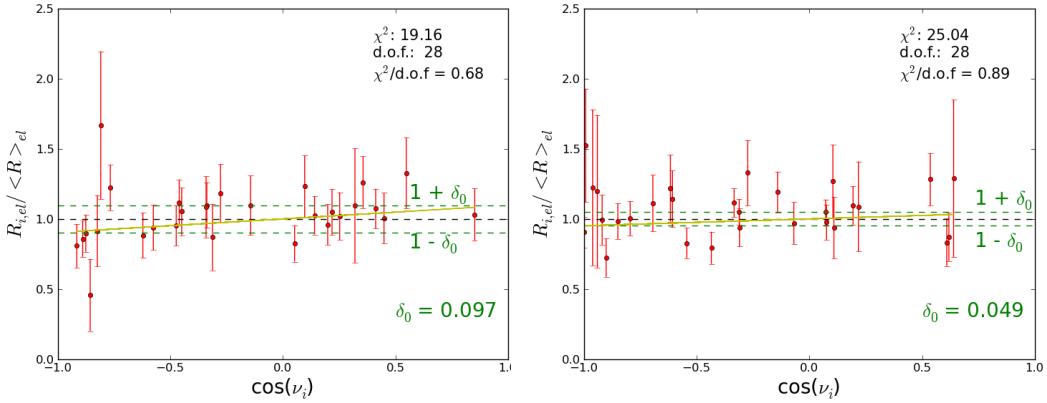


(a) $\Delta E_1 = [0{,}616 \ ; \ 1{,}047]$ TeV

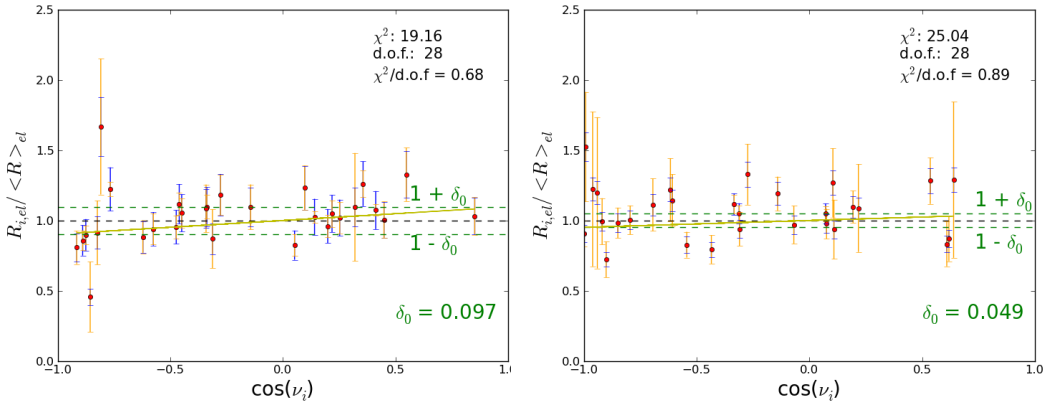


(b) $\Delta E_2 = [1{,}047 \ ; \ 14{,}454]$ TeV

Abbildung 6.4: Obere Grenzen (95,45%-Konfidenzintervall) auf die Dipolamplituden der Elektronenraten für jede Richtung der Himmelskugel und die verschiedenen Energieintervalle. Die Werte der oberen Grenzen von Dipolamplituden sind mit der Farbskala dargestellt. Die weißen Kreise kennzeichnen die Positionen der mit den H.E.S.S.-Teleskopen beobachteten Quellen und die Umfänge sind mit der jeweiligen Beobachtungsdauer skaliert (s. Tabelle A.1 für (a) im Energiebereich ΔE_1 und Tabelle A.2 für (b) im Energiebereich ΔE_2). Mit angezeigt sind die Positionen von Vela, Geminga und Monogem (rote Dreiecke). (a) und (b) sind Mollweide-Projektionen der Himmelskugel und die Positionen sämtlicher Objekte sind in galaktischen Koordinaten angegeben (s. Kapitel 4.1).



(a) ΔE_1 (b) ΔE_2



(c) ΔE_1 (d) ΔE_2

Abbildung 6.5: (a) und (c) beziehen sich auf die Richtung des globalen Minimums von $\Delta\chi^2_0$ im Energiebereich ΔE_1 und (b) und (d) im Energiebereich ΔE_2. Gegeneinander aufgetragen sind die auf den Mittelwert normierten Elektronenraten $R_{i,\mathrm{el}}/\langle R\rangle_{\mathrm{el}}$ gegen den Cosinus der Winkelabstände ($\cos\nu_i$) der jeweiligen Quellenpositionen zur Richtung des globalen Minimums von $\Delta\chi^2_0$. Die grüne Linie entspricht der Anpassung einer Geraden durch die Messpunkte. Die Anpassung liefert den jeweils besten Wert einer Dipolamplitude δ_0. Im Energiebereich ΔE_1 ist $\delta_0 = 0,097$ und im Energiebereich ΔE_2 ist $\delta_0 = 0,049$. In (a) und (b) entsprechen die roten Fehlerbalken den auf den Mittelwert normierten Fehlern $\sigma_{i,\mathrm{el}}/\langle R\rangle_{\mathrm{el}}$ mit $\sigma_{i,\mathrm{el}} = \sqrt{\sigma^2_{i,\mathrm{el,stat}} + \sigma^2_{i,\mathrm{el,sys}}}$ und in (c) und (d) sind die systematischen (statistischen) Fehlerbalken getrennt in blau (orange) zu sehen.

Kapitel 7

Interpretation und Ausblick

In dieser Arbeit wurde nach möglichen Dipolanisotropien in dem Elektronenanteil der von den H.E.S.S.-Teleskopen gemessenen Ereignissen der kosmischen Strahlung gesucht. Durch die Berechnung der χ^2-Verteilungen und unter der Annahme, dass sich in der jeweils betrachteten Richtung der Himmelskugel eine positive Dipolamplitude finden lässt, wurden die Wahrscheinlichkeiten durch die Abstände der Minima der χ^2-Verteilungen von dem Modell, dass keine Dipolamplitude vorhanden ist, ausgerechnet. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass keine Dipolanisotropie in den Elektronenraten zu vorhanden ist, da in den beiden betrachteten Energiebereichen keine signifikanten Amplituden gefunden wurden. Daher wurden obere Grenzen möglicher Dipolamplituden berechnet. Die besten oberen Grenzen liegen im Energiebereich ΔE_1 bei 5,4% und im Bereich ΔE_2 bei 5,8%. Abhängig von der betrachteten Richtung in der Himmelskugel, erstrecken sich die Werte der besten Anpassungen δ_0 im Energiebereich ΔE_1 (ΔE_2) bis zu Werten von 23,6% (16,8%). Für die in Kapitel 2.4 vorgestellten Szenarien, bezüglich der Elektronenbeiträge durch Pulsare, ist es von besonderem Interesse, die oberen Grenzen in Richtung der Pulsare zu untersuchen. Im Anhang A.4 sind die oberen Grenzen in Richtung des Pulsars Monogem in Abhängigkeit des systematischen Fehlers und des angenommenen Konfidenzintervalls berechnet worden. Verglichen mit bisherigen oberen Grenzen in Kapitel 2.3 sind die in dieser Arbeit berechneten oberen Grenzen sehr hilfreich, da die oberen Grenzen von ca. 10% aus Ackermann *et al.* (2010) in etwa in der Größenordnung erwarteter Dipolamplituden durch Beiträge von Annihilationsprodukten von Teilchen dunkler Materie oder von einzelnen Pulsaren liegen. Die oberen Grenzen, die in dieser Arbeit ermittelt wurden, können daher zum Ausschluss einiger dieser Szenarien dienen, da sie unterhalb der erwarteten Beiträge zur Dipolanisotropie von Pulsaren (wie zum Beispiel Monogem) liegen. Die obere Grenze für die Dipolamplitude nach der in dieser Arbeit verwendeten Methode liegt in Richtung von Monogem im Energiebereich ΔE_2 bei $\delta_{\mathrm{og}} = 7{,}4\%$. Wie im Anhang A.4 zu sehen ist, würde eine etwas konservativere Abschätzung des systematischen Fehlers, etwa für $\epsilon_{\mathrm{sys}} = 10\%$, immer noch eine verglichen mit bisherigen oberen Grenzen gute Einschränkung der Dipolamplitude von $\delta_{\mathrm{og}} = 9{,}2\%$ darstellen. Die besten Dipolamplituden $\delta_0 = 9{,}7\%$ (ΔE_1) und $\delta_0 = 4{,}9\%$ (ΔE_1) in den in den jeweiligen Richtungen der globalen Minima der $\Delta\chi^2_0$-Verteilungen (s. Abbildung 6.3) wurden unabhängig von der χ^2-Methode jeweils durch Anpassungen von Geraden an die gemessenen Raten (s. Abbildung 6.5) ermittelt. Somit wurde bestätigt, dass diese beiden Methoden die gleichen Ergebnisse liefern.

Die Bestimmung oberer Grenzen auf mögliche Dipolamplituden soll in naher Zukunft verbessert werden, indem die H.E.S.S.-Messungen hinzugefügt werden, die nach den Messungen der in dieser Arbeit verwendeten Daten gemacht wurden. Die Daten aus dieser Arbeit stammen von Messungen aus dem Jahr 2004 bis 2008. Die vorliegende Arbeit hat eine Grundlage geboten, die Dipolamplituden in Zukunft besser einschränken zu können. Dazu wurden erste Vergleiche mit dem gleichen Datensatz aber einer anderen Methode gemacht. Dieser Vergleich lieferte gleiche Ergebnisse für die oberen Grenzen der Dipolamplituden. Betrachtet man Abbildung 6.5 (d), so stellt man fest, dass die statistischen Fehler einen etwas größeren Einfluss haben als die systematischen Fehler. Daher wird als nächster Schritt die Hinzunahme der H.E.S.S.-Daten ab 2008 folgen. Die statistischen Fehler sollten damit geringer werden und man erhofft sich eine bessere Einschränkung der Dipolamplituden und damit einhergehende Ausschlüsse von Ursprüngen des Elektronen- und Positronenüberschusses im Spektrum hochenergetischer Elektronen.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Die von verschiedenen Experimenten beobachteten Abweichungen des Spektrums hochenergetischer Elektronen der kosmischen Strahlung vom vorhergesagten Spektrum in Kombination mit dem beobachteten Anstieg des Positronenanteils ab ca. 10 GeV (s. Kapitel 2.2) wurden schon in vielen Veröffentlichungen zum Anlass genommen, nach Quellen zu suchen, die dafür verantwortlich sein könnten. Es wird davon ausgegangen, dass nur einzelne Quellen zu dem gemessenen Überschuss an Elektronen beitragen, weshalb zu erwarten ist, dass die Elektronen anisotrop auf die Erde treffen. Dazu wurden bereits obere Grenzen von Fermi-LAT auf Dipolamplituden möglicher Anisotropien berechnet (Ackermann *et al.* 2010). Die Messungen der Fermi-LAT Kollaboration reichen bis zu ca. 1 TeV. Die oberen Grenzen liegen im Bereich von ca. 60 GeV bis 480 GeV bei etwa 0,5% bis 10%.

In der vorliegeden Arbeit wurden Daten des H.E.S.S.-Experiments benutzt, die einen Energiebereich von 0,6 TeV bis 14,5 TeV abdecken. Nachdem die Suche nach Dipolamplituden ergeben hat, dass in keiner Richtung der Himmelskugel eine hohe Signifikanz vorliegt, wurden für diesen Energiebereich obere Grenzen berechnet. Die oberen Grenzen von Dipolamplituden δ wurden über die gesamte Himmelskugel bestimmt und nehmen Werte zwischen 5,4% und 23,6% im Energiebereich ΔE_1 an. Im Energiebereich ΔE_2 nehmen die oberen Grenzen, abhängig von der Richtung in der Himmelskugel, Werte zwischen 5,8% und 16,8% an. Besonders interessant ist die Sensitivität auf mögliche Dipolamplituden in Richtungen naheliegender Pulsare, wie zum Beispiel Monogem, die im Energieintervall ΔE_2 bei 7,4% liegt. Durch Hinzunahme mehrerer Messdaten wird in naher Zukunft angestrebt, mögliche Dipolanisotropien zu entdecken oder zu verwerfen, um zu bestätigen oder auszuschließen, dass einzelne Pulsare oder Annihilationsszenarien von Teilchen dunkler Materie für den gemessenen Überschuss im Energiespektrum hochenergetischer Elektronen der kosmischen Strahlung verantwortlich sind.

Literaturverzeichnis

Abdo, A. A., Ackermann, M., Ajello, M., *et al.* 2009. Measurement of the Cosmic Ray e^++e^- Spectrum from 20GeV to 1TeV with the Fermi Large Area Telescope. *Physical Review Letters*, **102**(18), 181101.

Ackermann, M., Ajello, M., Atwood, W. B., *et al.* 2010. Searches for cosmic-ray electron anisotropies with the Fermi Large Area Telescope. *PRD*, **82**(9), 092003.

Adriani, O., Barbarino, G. C., Bazilevskaya, G. A., *et al.* 2009. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100GeV. *Nature*, **458**(Apr.), 607–609.

Aharonian, F., Akhperjanian, A. G., Aye, K.-M., *et al.* 2004. Calibration of cameras of the H.E.S.S. detector. *Astroparticle Physics*, **22**(Nov.), 109–125.

Aharonian, F., Akhperjanian, A. G., Bazer-Bachi, A. R., *et al.* 2006. Observations of the Crab nebula with HESS. *Astronomy and Astrophysics*, **457**(Oct.), 899–915.

Aharonian, F., Akhperjanian, A. G., Barres de Almeida, U., *et al.* 2008. Energy Spectrum of Cosmic-Ray Electrons at TeV Energies. *Physical Review Letters*, **101**(26), 261104.

Aharonian, F., Akhperjanian, A. G., Anton, G., *et al.* 2009. Probing the ATIC peak in the cosmic-ray electron spectrum with H.E.S.S. *Astronomy and Astrophysics*, **508**(Dec.), 561–564.

Aharonian, F. A., Atoyan, A. M., und Voelk, H. J. 1995. High energy electrons and positrons in cosmic rays as an indicator of the existence of a nearby cosmic tevatron. *Astronomy and Astrophysics*, **294**(Feb.), L41–L44.

Albert, J., Aliu, E., Anderhub, H., *et al.* 2008. VHE γ-Ray Observation of the Crab Nebula and its Pulsar with the MAGIC Telescope. *Astrophysical Journal*, **674**(Feb.), 1037–1055.

Alcaraz, J., Alpat, B., Ambrosi, G., *et al.* 2000. Leptons in near earth orbit. *Physics Letters B*, **484**(June), 10–22.

AMS Collaboration, Aguilar, M., Alcaraz, J., *et al.* 2002. The Alpha Magnetic Spectrometer (AMS) on the International Space Station: Part I - results from the test flight on the space shuttle. *PhysRep*, **366**(Aug.), 331–405.

Barwick, S. W., Beatty, J. J., Bhattacharyya, A., *et al.* 1997. Measurements of the Cosmic-Ray Positron Fraction from 1 to 50 GeV. *ApJ*, **482**(June), L191.

Beatty, J. J., Bhattacharyya, A., Bower, C., *et al.* 2004. New Measurement of the Cosmic-Ray Positron Fraction from 5 to 15GeV. *Physical Review Letters*, **93**(24), 241102.

Boezio, M., Carlson, P., Francke, T., *et al.* 2000. The Cosmic-Ray Electron and Positron Spectra Measured at 1 AU during Solar Minimum Activity. *Astrophysical Journal*, **532**(Mar.), 653–669.

Bolz, Oliver. 2004 (Aug.). *Absolute Energiekalibration der abbildenden Cherenkov-Teleskope des H.E.S.S. Experiments und Ergebnisse erster Beobachtungen des Supernova-Überrests RX J1713.7-3946*. Ph.D. thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Heidelberg, Deutschland.

Breiman, Leo. 2001. Random forests. *Mach. Learn.*, **45**(1), 5–32.

Bronstein, I.N., und Semendjajew, K.A. 2008. *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch.

Büsching, I., de Jager, O. C., Potgieter, M. S., *et al.* 2008. A Cosmic-Ray Positron Anisotropy due to Two Middle-Aged, Nearby Pulsars? *ApJ*, **678**(May), L39–L42.

Cernuda, I. 2010. Cosmic-ray electron anisotropies as a tool to discriminate between exotic and astrophysical sources. *Astroparticle Physics*, **34**(Sept.), 59–69.

Chang, J., Adams, J. H., Ahn, H. S., *et al.* 2008. An excess of cosmic ray electrons at energies of 300-800GeV. *Nature*, **456**(Nov.), 362–365.

Cholis, I., Dobler, G., Finkbeiner, D. P., *et al.* 2009. Case for a 700+GeV WIMP: Cosmic ray spectra from PAMELA, Fermi, and ATIC. *PRD*, **80**(12), 123518.

Clem, J., und Evenson, P. 2008. Cosmic Ray Positron Fraction Observations during the A- Magnetic Solar Minimum. *Pages 477–480 of: International Cosmic Ray Conference*. International Cosmic Ray Conference, vol. 1.

di Bernardo, G., Evoli, C., Gaggero, D., *et al.* 2011. Implications of the cosmic ray electron spectrum and anisotropy measured with Fermi-LAT. *Astroparticle Physics*, **34**(Feb.), 528–538.

Doro, M., und CTA Consortium. 2011. CTA-A project for a new generation of Cherenkov telescopes. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, **630**(Feb.), 285–290.

DuVernois, M. A., Barwick, S. W., Beatty, J. J., *et al.* 2001. Cosmic-Ray Electrons and Positrons from 1 to 100 GeV: Measurements with HEAT and Their Interpretation. *Astrophysical Journal*, **559**(Sept.), 296–303.

Egberts, Kathrin. 2009 (Mar.). *The Energy Spectrum of Cosmic-Ray Electrons Measured with H.E.S.S.* Ph.D. thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Heidelberg, Deutschland.

Fletcher, R. S., Gaisser, T. K., Lipari, P., *et al.* 1994. sibyll: An event generator for simulation of high energy cosmic ray cascades. *PRD*, **50**(Nov.), 5710–5731.

Gast, H., Olzem, J., und Schael, S. 2006. Indirect Dark Matter Search: Cosmic Positron Fraction Measurement from 1 to 50 GeV with AMS-01. *ArXiv Astrophysics e-prints*, May.

Golden, R. L., Grimani, C., Kimbell, B. L., *et al.* 1994. Observations of cosmic-ray electrons and positrons using an imaging calorimeter. *Astrophysical Journal*, **436**(Dec.), 769–775.

Górski, K. M., Hivon, E., Banday, A. J., *et al.* 2005. HEALPix: A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. *Astrophysical Journal*, **622**(Apr.), 759–771.

Grasso, D., Profumo, S., Strong, A. W., *et al.* 2009. On possible interpretations of the high energy electron-positron spectrum measured by the Fermi Large Area Telescope. *Astroparticle Physics*, **32**(Sept.), 140–151.

Hess, V. F. 1912. Observation of Penetrating radiation of seven Balloon Flights. *Physikalische Zeitschrift*, **13**, 1084.

Hooper, D., Blasi, P., und Dario Serpico, P. 2009. Pulsars as the sources of high energy cosmic ray positrons. *JCAP*, **1**(Jan.), 25.

Kaspi, V. M., Roberts, M. S. E., und Harding, A. K. 2004. Isolated Neutron Stars.

Kobayashi, T., Komori, Y., Yoshida, K., *et al.* 2004. The Most Likely Sources of High-Energy Cosmic-Ray Electrons in Supernova Remnants. *Astrophysical Journal*, **601**(Jan.), 340–351.

Linsley, J. 1985 (Aug.). Standard value for the radiation length in air. *Pages 163–166 of:* Jones, F. C. (ed), *International Cosmic Ray Conference*. International Cosmic Ray Conference, vol. 7.

Mueller, D., und Tang, K.-K. 1987. Cosmic-ray positrons from 10 to 20 GeV - A balloon-borne measurement using the geomagnetic east-west asymmetry. *Astrophysical Journal*, **312**(Jan.), 183–194.

Ohm, S., van Eldik, C., und Egberts, K. 2009. γ/hadron separation in very-high-energy γ-ray astronomy using a multivariate analysis method. *Astroparticle Physics*, **31**(June), 383–391.

Ohm, Stefan. 2007. *Algorithmen zur Gamma-Hadron-Separation mit den H.E.S.S.-Teleskopen.* Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, Germany.

Press, William H., Teukolsky, Saul A., Vetterling, William T., *et al.* 2007. *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. 3 edn. New York, NY, USA: Cambridge University Press.

Profumo, S. 2012. Dissecting cosmic-ray electron-positron data with Occam's razor: the role of known pulsars. *Central European Journal of Physics*, **10**(Feb.), 1–31.

Punch, M. for the H.E.S.S. collaboration. 2005. H.E.S.S.-II: Expansion of H.E.S.S. for higher sensitivity and lower energy. *In: Towards a network of Atmospheric Cherenkov Detectors VII Palaiseau.*

Regis, M., und Ullio, P. 2009. The contribution to the antimatter flux from individual dark matter substructures. *ArXiv e-prints*, July.

Serpico, P. D. 2009. Possible causes of a rise with energy of the cosmic ray positron fraction. *PRD*, **79**(2), 021302.

Strong, A. W., Moskalenko, I. V., und Reimer, O. 2004. Diffuse Galactic Continuum Gamma Rays: A Model Compatible with EGRET Data and Cosmic-Ray Measurements. *Astrophysical Journal*, **613**(Oct.), 962–976.

Torii, S., Yamagami, T., Tamura, T., *et al.* 2008. High-energy electron observations by PPB-BETS flight in Antarctica. *ArXiv e-prints*, Sept.

Unsöld, Albrecht, und Baschek, Bodo. 2002. *Der neue Kosmos: Einführung in die Astronomie und Astrophysik; 7. Aufl.* Berlin: Springer.

Völk, H. J., und Bernlöhr, K. 2009. Imaging very high energy gamma-ray telescopes. *Experimental Astronomy*, **25**(Aug.), 173–191.

Weekes, T. C., Badran, H., Biller, S. D., *et al.* 2002. VERITAS: the Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System. *Astroparticle Physics*, **17**(May), 221–243.

Yao, W.-M., Amsler, C., Asner, D., *et al.* 2006. Review of Particle Physics. *Journal of Physics G*, **33**.

Zhang, J., Bi, X.-J., Liu, J., *et al.* 2009. Discriminating different scenarios to account for the cosmic $e^{\pm}$ excess by synchrotron and inverse Compton radiation. *PRD*, **80**(2), 023007.

Abbildungsverzeichnis

2.1 Spektrum hochenergetischer Elektronen. 6
2.2 Positronenanteil am Elektronenspektrum. 7
2.3 Energiespektrum und Positronenanteil. 8
2.4 Vergleich der Fermi-LAT-Einschränkungen mit Szenarien von Pulsaren. . 10
2.5 Vergleich der Fermi-LAT-Einschränkungen mit Szenarien dunkler Materie. 11
2.6 Dunkle Materie Szenario 12
2.7 Schematische Darstellung eines Pulsars. 13

3.1 H.E.S.S.-Teleskope. 16
3.2 Ausbreitung von Luftschauern. 17
3.3 Kamerabilder von Luftschauern. 18
3.4 Annährung der Luftschauerform durch eine Hillas-Ellipse. 20

4.1 Äquatoriales Koordinatensystem. 22
4.2 Verlauf der Kugelkoordinaten. 23
4.3 Mollweide-Projektion durch Healpy. 25
4.4 Einteilung einer Kugeloberfläche in Pixel durch Healpy. 26
4.5 Nummerierungsmöglichkeiten der Healpy-Pixel. 26

5.1 Beispiel der Verteilung des ζ-Parameters 28
5.2 Entscheidungsbaum der Random Forest Methode. 28
5.3 Schnitteffizienz des ζ-Parameters 29
5.4 Energieabhängigkeit des ζ-Parameters für simulierte Elektronen und Protonen. 29
5.5 Abhängigkeit des ζ-Parameters von der Entfernung des Signals zum Mittelpunkt der Kamera für simulierte Elektronen und Protonen. 30
5.6 Zenitwinkelabhängigkeit des ζ-Parameters für simulierte Elektronen und Protonen. 31
5.7 Beobachtete Quellen und zugehörige Raten. 32
5.8 Ereginisse aller Beobachtungen von PKS 2155-304. 33
5.9 ζ-Verteilungen verschiedener Energiebereiche. 37
5.10 Rekonstruierte Tiefe der Luftschauermaxima $X_{\max}$ von H.E.S.S.-Ereignissen mit $\zeta > 0{,}9$ zwischen 1 und 4 TeV mit zwei Modellen. 38
5.11 Korrelation zwischen Elektronen und cosmic rays im Energiebereich ΔE_1. 39
5.12 Korrelation zwischen Elektronen und cosmic rays im Energiebereich ΔE_2. 39
5.13 Histogramme der Elektronenraten. 40

5.14 Histogramme der Raten hadronischer, kosmischer Strahlung. 41

6.1 Beispiele der Wahrscheinlichkeitsdichten von χ^2-Verteilungen. 45
6.2 Normierungen von χ^2 für verschiedene Zwecke. 51
6.3 Minima der $\Delta\chi^2_0$-Verteilungen für jede Richtung der Himmelskugel und die verschiedenen Energieintervalle. 52
6.4 Obere Grenzen (95,45%-Konfidenzintervall) auf die Dipolamplituden der Elektronenraten für jede Richtung der Himmelskugel und die verschiedenen Energieintervalle. 53
6.5 Beste Anpassung von Dipolamplituden im Bereich ΔE_1 und ΔE_2 und die Einflüsse der statistischen und systematischen Fehler. 54

A.1 Alle Ereignisse eines Beispiel-Runs, der auf die Quelle PKS 2155-304 gerichtet wurde nach dem Quellenschnitt. 74
A.2 Verteilung von $\Delta\chi^2_{\mathrm{og}}(\delta)$. 75
A.3 Obere Grenze der Dipolamplitude δ_{og} in Richtung von Monogem in Abhängigkeit des Einflusses systematischer Fehler ϵ_{sys}. 75
A.4 Obere Grenze der Dipolamplitude δ_{og} in Richtung von Monogem in Abhängigkeit des angenommenen Konfidenzintervalls. 76
A.5 Beispiel der oberen Grenzen (2σ-Konfidenzintervall) mit $\epsilon_{\mathrm{sys}} = 10\%$. . . 76
A.6 Beispiel der oberen Grenzen ($\epsilon_{\mathrm{sys}} = 6{,}9\%$). 77

Tabellenverzeichnis

5.1 Verwendete Quellen und zugehörige Koordinaten. 34
5.2 Cuts A. 34
5.3 Kritische Werte der χ^2-Verteilung. 36

6.1 $\Delta\chi^2$ als Funktion von Konfidenzintervallen p und Anzahl anzupassender Parameter M. 44
6.2 Definitionen wichtiger Größen. 46
6.3 Werte der Korrekturfaktoren und der Einfluss systematischer Fehler. . . 46
6.4 Die kleinsten oberen Grenzen auf mögliche Dipolamplituden in den betrachteten Energiebereichen ΔE_1 und ΔE_2. 50
6.5 Die beste Anpassung der Dipolamplituden und Werte der globalen $\Delta\chi^2_0$-Minima. 51

A.1 Raten und Beobachtungsdauern der cosmic ray- und Elektronenereignisse für jede Quelle im Energiebereich ΔE_1. 68
A.2 Raten und Beobachtungsdauern der cosmic ray- und Elektronenereignisse für jede Quelle im Energiebereich ΔE_2. 69
A.3 Bestimmung der Protonanteile. 70
A.4 Obere Grenzen δ_{og} in Abhängigkeit von ϵ_{sys}. 72
A.5 Obere Grenzen δ_{og} in Abhängigkeit vom Konfidenzintervall. 73

Anhang A

Anhang

A.1 Raten der beobachteten Quellen

In den Tabellen A.1 und A.2 sind detaillierte Angaben zu den Messungen der jeweiligen Quellen zusammengefasst. $n_{\mathrm{tot}}^{\zeta<0,1;\zeta>0,9}$ steht für die Anzahl der gesamten detektierten Protonen ($n_{\mathrm{cr}}^{\zeta<0,1}$) und Elektronen ($n_{\mathrm{el}}^{\zeta>0,9}$). Dabei ist die Anzahl der Elektronen durch die in Kapitel 5.3 eingeführten Korrekturen bestimmt und auf ganzzahlige Werte gerundet worden. Die Raten R_{cr} und R_{el} entsprechen den in Kapitel 6.2 eingeführten Protonen- und Elektronraten. Die Beobachtungsdauern der einzelnen Quellen sind mit t in der Tabelle gekennzeichnet.

Tabelle A.1: Raten und Beobachtungsdauern der cosmic ray- und Elektronenereignisse für jede Quelle im Energiebereich ΔE_1.

Quellenname	$n_{\mathrm{tot}}^{\zeta<0,1;\zeta>0,9}$	$n_{\mathrm{cr}}^{\zeta<0,1} \pm \sigma_{\mathrm{stat}}$	$n_{\mathrm{el}}^{\zeta>0,9} \pm \sigma_{\mathrm{stat}}$	$R_{\mathrm{cr}} \pm \sigma_{\mathrm{stat}} \pm \sigma_{\mathrm{sys}}[s^{-1}]$	$R_{\mathrm{el}} \pm \sigma_{\mathrm{stat}} \pm \sigma_{\mathrm{sys}}[10^3\, s^{-1}]$	t [s]
H2356-309	153391	152803 ± 390	588 ± 24	1.2498 ± 0.0032 ± 0.1575	4.8106 ± 0.1984 ± 0.6061	122260.34
PKS2155-304	177322	176638 ± 420	684 ± 26	1.2995 ± 0.0031 ± 0.1637	5.0393 ± 0.1925 ± 0.635	135925.00
1ES1101-232	132975	132416 ± 363	559 ± 23	1.3594 ± 0.0037 ± 0.1713	5.7441 ± 0.2428 ± 0.7238	97408.35
PKS0548-322	47475	47302 ± 217	173 ± 13	1.1498 ± 0.0053 ± 0.1449	4.2088 ± 0.3199 ± 0.5303	41140.03
1RXSJ101015.9-311909	34381	34232 ± 185	149 ± 12	0.9237 ± 0.005 ± 0.1164	4.0288 ± 0.3297 ± 0.5076	37057.97
1ES0414+009	44134	43942 ± 209	192 ± 13	1.1998 ± 0.0057 ± 0.1512	5.2485 ± 0.3786 ± 0.6613	36625.91
1ES0347-121	31946	31804 ± 178	142 ± 11	0.9976 ± 0.0056 ± 0.1257	4.4737 ± 0.3746 ± 0.5637	31880.25
PKS2005-489	44183	44037 ± 209	146 ± 12	1.3504 ± 0.0064 ± 0.1701	4.5051 ± 0.3717 ± 0.5676	32610.96
NGC253	26126	26012 ± 161	114 ± 10	0.883 ± 0.0055 ± 0.1113	3.87 ± 0.3625 ± 0.4876	29457.87
3C273	41942	41781 ± 204	161 ± 12	1.3319 ± 0.0065 ± 0.1678	5.1549 ± 0.4054 ± 0.6495	31368.77
1ES2343-151	44494	44312 ± 210	182 ± 13	1.4357 ± 0.0068 ± 0.1809	5.919 ± 0.4379 ± 0.7458	30864.94
ACO85	26365	26243 ± 161	122 ± 11	1.0541 ± 0.0065 ± 0.1328	4.924 ± 0.4447 ± 0.6204	24896.02
CenA	24411	24311 ± 155	100 ± 10	1.1992 ± 0.0077 ± 0.1511	4.9411 ± 0.4937 ± 0.6226	20272.65
rhoOphBcloud	20514	20429 ± 142	85 ± 9	1.1453 ± 0.008 ± 0.1443	4.7866 ± 0.518 ± 0.6031	17837.81
NGC1399	19115	19041 ± 137	74 ± 8	1.1287 ± 0.0082 ± 0.1422	4.4109 ± 0.5113 ± 0.5558	16870.08
PKS2316-423	13579	13517 ± 116	62 ± 7	1.2613 ± 0.0108 ± 0.1589	5.7864 ± 0.7348 ± 0.7291	10716.45
KeplerSNR	16000	15940 ± 126	59 ± 7	1.2606 ± 0.01 ± 0.1588	4.7151 ± 0.6106 ± 0.5941	12645.42
AEAqr	14221	14161 ± 118	60 ± 7	1.141 ± 0.0096 ± 0.1438	4.8428 ± 0.6247 ± 0.6102	12410.53
3C218	10997	10950 ± 104	47 ± 6	0.879 ± 0.0084 ± 0.1108	3.7908 ± 0.5516 ± 0.4776	12457.42
1ES0323+022	17115	17049 ± 130	66 ± 8	1.4162 ± 0.0108 ± 0.1784	5.5471 ± 0.6788 ± 0.6989	12038.81
RBS1888	8526	8477 ± 92	49 ± 7	1.075 ± 0.0117 ± 0.1355	6.2307 ± 0.8889 ± 0.7851	7885.30
NGC1068	14143	14096 ± 118	47 ± 6	1.5366 ± 0.0129 ± 0.1936	5.1478 ± 0.7491 ± 0.6486	9173.40
Abell496	14088	14031 ± 118	57 ± 7	1.0159 ± 0.0086 ± 0.128	4.1444 ± 0.5478 ± 0.5222	13811.35
M83	10070	10030 ± 100	40 ± 6	1.2602 ± 0.0126 ± 0.1588	5.0944 ± 0.8001 ± 0.6419	7958.80
PKS0521-365	4254	4238 ± 65	16 ± 4	1.1214 ± 0.0172 ± 0.1413	4.2915 ± 1.0656 ± 0.5407	3779.07
ACO496	4586	4569 ± 67	17 ± 4	1.0867 ± 0.0161 ± 0.1369	4.0842 ± 0.9856 ± 0.5146	4204.53
3C279	1976	1968 ± 44	8 ± 2	1.2475 ± 0.0281 ± 0.1572	5.1401 ± 1.805 ± 0.6476	1577.61
ScoX-1	1907	1903 ± 43	3 ± 1	1.2224 ± 0.028 ± 0.154	2.1436 ± 1.1731 ± 0.2701	1557.65
PKS0558-504	2550	2539 ± 50	11 ± 3	1.6667 ± 0.0331 ± 0.21	7.8279 ± 2.2668 ± 0.9863	1523.40

Tabelle A.2: Raten und Beobachtungsdauern der cosmic ray- und Elektronenereignisse für jede Quelle im Energiebereich ΔE_2.

Quellenname	$n_{\mathrm{tot}}^{\zeta<0,1;\zeta>0,9}$	$n_{\mathrm{cr}}^{\zeta<0,1} \pm \sigma_{\mathrm{stat}}$	$n_{\mathrm{el}}^{\zeta>0,9} \pm \sigma_{\mathrm{stat}}$	$R_{\mathrm{cr}} \pm \sigma_{\mathrm{stat}} \pm \sigma_{\mathrm{sys}}[s^{-1}]$	$R_{\mathrm{el}} \pm \sigma_{\mathrm{stat}} \pm \sigma_{\mathrm{sys}}[10^3\, s^{-1}]$	t [s]
H2356-309	293057	292716 ± 541	341 ± 18	2.3942 ± 0.0044 ± 0.164	2.7899 ± 0.1511 ± 0.1911	122260.34
PKS2155-304	333594	333216 ± 577	378 ± 19	2.4515 ± 0.0042 ± 0.1679	2.7843 ± 0.1431 ± 0.1907	135925.00
1ES1101-232	241457	241169 ± 491	288 ± 16	2.4759 ± 0.005 ± 0.1696	2.9612 ± 0.1744 ± 0.2028	97408.35
PKS0548-322	94140	94041 ± 306	98 ± 9	2.2859 ± 0.0075 ± 0.1566	2.4064 ± 0.2419 ± 0.1648	41140.03
1RXSJ101015.9-311909	74292	74211 ± 272	81 ± 9	2.0026 ± 0.0074 ± 0.1372	2.1979 ± 0.2435 ± 0.1506	37057.97
1ES0414+009	85018	84921 ± 291	97 ± 9	2.3186 ± 0.008 ± 0.1588	2.6661 ± 0.2698 ± 0.1826	36625.91
1ES0347-121	71123	71040 ± 266	83 ± 9	2.2283 ± 0.0084 ± 0.1526	2.6113 ± 0.2862 ± 0.1789	31880.25
PKS2005-489	82412	82328 ± 286	84 ± 9	2.5246 ± 0.0088 ± 0.1729	2.5942 ± 0.282 ± 0.1777	32610.96
NGC253	57712	57650 ± 240	62 ± 7	1.957 ± 0.0082 ± 0.1341	2.1081 ± 0.2675 ± 0.1444	29457.87
3C273	75961	75870 ± 275	91 ± 9	2.4186 ± 0.0088 ± 0.1657	2.9121 ± 0.3047 ± 0.1995	31368.77
1ES2343-151	77575	77478 ± 278	97 ± 9	2.5102 ± 0.009 ± 0.172	3.1638 ± 0.3202 ± 0.2167	30864.94
ACO85	52571	52509 ± 229	62 ± 7	2.1091 ± 0.0092 ± 0.1445	2.4944 ± 0.3165 ± 0.1709	24896.02
CenA	48896	48844 ± 221	52 ± 7	2.4094 ± 0.0109 ± 0.165	2.5749 ± 0.3564 ± 0.1764	20272.65
rhoOphBcloud	44755	44695 ± 211	60 ± 7	2.5056 ± 0.0119 ± 0.1716	3.4057 ± 0.4369 ± 0.2333	17837.81
NGC1399	37123	37091 ± 192	32 ± 5	2.1986 ± 0.0114 ± 0.1506	1.9206 ± 0.3374 ± 0.1316	16870.08
PKS2316-423	28361	28324 ± 168	37 ± 6	2.643 ± 0.0157 ± 0.181	3.5273 ± 0.5737 ± 0.2416	10716.45
KeplerSNR	28561	28531 ± 168	29 ± 5	2.2563 ± 0.0134 ± 0.1546	2.3131 ± 0.4277 ± 0.1584	12645.42
AEAqr	26555	26528 ± 162	27 ± 5	2.1375 ± 0.0131 ± 0.1464	2.2118 ± 0.4222 ± 0.1515	12410.53
3C218	24894	24857 ± 157	37 ± 6	1.9954 ± 0.0127 ± 0.1367	3.0343 ± 0.4935 ± 0.2079	12457.42
1ES0323+022	30142	30107 ± 173	35 ± 5	2.5008 ± 0.0144 ± 0.1713	2.953 ± 0.4953 ± 0.2023	12038.81
RBS1888	18754	18728 ± 136	26 ± 5	2.3751 ± 0.0174 ± 0.1627	3.367 ± 0.6535 ± 0.2306	7885.3
NGC1068	23666	23637 ± 153	29 ± 5	2.5767 ± 0.0168 ± 0.1765	3.2376 ± 0.5941 ± 0.2218	9173.40
Abell496	29762	29726 ± 172	36 ± 6	2.1523 ± 0.0125 ± 0.1474	2.6391 ± 0.4371 ± 0.1808	13811.35
M83	20150	20131 ± 141	19 ± 4	2.5294 ± 0.0178 ± 0.1733	2.4878 ± 0.5591 ± 0.1704	7958.80
PKS0521-365	8873	8858 ± 94	15 ± 3	2.344 ± 0.0249 ± 0.1606	4.0486 ± 1.035 ± 0.2773	3779.07
ACO496	9680	9668 ± 98	12 ± 3	2.2994 ± 0.0234 ± 0.1575	2.8897 ± 0.829 ± 0.1979	4204.53
3C279	3485	3480 ± 58	5 ± 2	2.2059 ± 0.0374 ± 0.1511	3.4229 ± 1.473 ± 0.2345	1577.61
ScoX-1	3537	3532 ± 59	4 ± 2	2.2682 ± 0.0382 ± 0.1554	3.1779 ± 1.4283 ± 0.2177	1557.65
PKS0558-504	3976	3972 ± 63	4 ± 2	2.6073 ± 0.0414 ± 0.1786	3.2493 ± 1.4605 ± 0.2226	1523.40

A.2 Bestimmung der Protonenanteile im Bereich $\zeta > 0,9$

Aus den Histogrammen in Abbildung 5.9 wurde die Anzahl von Protonen n_{cr} und Elektronen (und Photonen) n_{em} im Bereich $\zeta > 0,9$ bestimmt und somit der Protonenanteil $\epsilon_{\mathrm{cr}} = n_{\mathrm{cr}}/(n_{\mathrm{cr}}+n_{\mathrm{em}})$ ausgerechnet. Dazu wurden die Ereignisse der jeweiligen Energieintervalle ΔE_1 und ΔE_2 aufaddiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle A.3 zusammengefasst.

Tabelle A.3: Größen zur Bestimmung der Protonanteile im Bereich $\zeta > 0,9$.

ΔE [GeV]	n_{em}	n_{cr}	ϵ_{cr} [%]
616 - 1047	4387	3945	0,47
1047 - 14454	2347	2331	0,50

A.3 Umsetzung der Methode

Um die in Kapitel 6.2 vorgestellten Ergebnisse zu berechnen, wurden folgende Schritte durchgeführt, indem ein Programmcode in Python geschrieben wurde. Zuerst wurde ein Programm geschrieben, mit dem der Datensatz mit den in Kapitel 5.2 beschriebenen Schnitten versehen wurde. Dazu wurde eine Schleife über die ROOT-Dateien (s. Kapitel 5.2) programmiert, in deren Durchläufen jeweils ein Array erstellt wurde, in dessen Spalten sämtliche Informationen, wie der Energie, den Koordinaten, dem ζ-Wert, dem Schauerabstand etc., die für die Schnitte nötig sind, gespeichert wurden. Diese Informationen wurden für jedes detektierte Ereignis in einer eigenen Zeile gespeichert. Danach wurden die Bedingungen für die Schnitte zeilenweise abgefragt. Zuerst mussten die Koordinaten der jeweiligen Runs den beobachteten Quellen zugeordnet werden. Diese Zuordnung wurde realisiert, indem verglichen wurde, ob Koordinaten der Quelle innerhalb eines Radius von 2° von der Beobachtungsrichtung des Runs liegen, da diese wegen der wobble-Position bis zu 1,5° von der beobachteten Quelle entfernt ist (s. Kapitel 5.2). Die Ereignisse wurden in die Energiebereiche ΔE_1 und ΔE_2 eingeteilt und die weiteren Schnitte für beide Energiebereiche separat durchgeführt. Sämtliche Ereignisse, die in einem Radius von 0,4° um die jeweilige Quelle detektiert positioniert sind, wurden verworfen. Ein Beispiel für alle Ereignisse, die lediglich nach dem Quellenschnitt noch vorhanden sind, ist in Abbildung A.1 zu sehen. Dabei sind die Koordinaten der jeweiligen Ereignisse in Rektaszension und Deklination in Grad gegeneinander aufgetragen. Die Mitte der Kreisstruktur, die durch die Grenze der abgebildeten Koordinaten detektierter Ereignisse (rote Punkte) gebildet wird, entspricht der Richtung, die während des H.E.S.S.-Runs beobachtet wurde. Die Abbildung zeigt, wie sich die in Kapitel 5.2 erklärte wobble-Position auf die Verteilung der Ereignisse um die Mitte der Beobachtungsrichtung auswirkt. In (a) und (b) sind zwei unterschiedliche Positionen anvisiert worden, die sich etwas vom Mittelpunkt der betrachteten Quelle entfernt befinden. Die Quelle befindet sich in der Mitte der ausgeschnittenen (weißen) Kreisregion an der Position des blauen Kreuzes. Für diese Abbildung wurden Beispielereignisse der Quelle PKS 2155-304 verwendet.
Des Weiteren wurden die Cuts A angewendet, indem die nach den bisherigen Schnitten verbliebenen Ereignisse mit einer Bildgröße $>$ 200 p.e. und einem Schauerabstand $<$

200 m weiter verwertet wurden. Alle Ereignisse, die nach diesen Schnitten übrig geblieben sind, wurden dann jeweils eingeteilt in Ereignisse, deren ζ-Wert $> 0{,}9$ ist und solche, deren ζ-Wert $< 0{,}1$ ist. Dadurch sind die cosmic ray- und Elektronenereignisse voneinander getrennt[1].

In einem zweiten Programm wurden die χ^2-Verteilungen für die korrigierten Elektronenraten für jede mögliche Richtung auf der Himmelskugel berechnet. Dazu wurde jeweils der Cosinus des Winkelabstands von jeder Richtung zu den 29 Quellen berechnet und in einem Array gespeichert. Dann wurden die χ^2-Verteilungen in Abhängigkeit der Dipolamplitude δ (s. Gleichung (6.21)) berechnet. Dafür wurde ein Array A_δ angelegt, welches j diskrete Werte von δ enthält[2]. Um die Minima der Verteilungen zu finden, wurden die Werte von $\chi^2(A_\delta(j+1)) \equiv \chi^2_{j+1}$ mit $\chi^2(A_\delta(j)) \equiv \chi^2_j$ verglichen, indem die Differenz von $\chi^2_{j+1} - \chi^2_j$ ausgerechnet wurde. Somit wurden die Parabeln von $\delta = 0$ (also j = 0) ausgehend abgetastet. Solange die Differenz negativ ist, hat man das Minimum noch nicht erreicht. Sobald die Differenz positiv ist, wird der Wert von δ an dieser Stelle in dem Array als Dipolamplitude des Minimums der χ^2-Verteilung festgelegt. Zur Bestimmung der Signifikanz der Amplitude im Minimum wurde dann die Normierung der χ^2-Verteilung aus Gleichung (6.22) benutzt (s. Abbildung 6.2). Das Minimum von $\Delta\chi^2_0$ (also $\Delta\chi^2_0(\delta_0)$) tritt nach wie vor jeweils an der Stelle auf, an der der beste Wert für die Dipolamplitude δ herauskommt. Es handelt sich bei Gleichung (6.22) lediglich um eine Verschiebung der χ^2-Verteilung auf der y-Achse. Der Wert von δ an der Stelle $\Delta\chi^2_0(\delta_0) + 1$ entspricht (s. Tabelle 6.1) der (1σ) oberen Grenze (68,3% - Konfidenzintervall) und an der Stelle $\Delta\chi^2_0(\delta_0) + 4$ der (2σ) oberen Grenze (95,45% - Konfidenzintervall). Der Vorteil ist, dass der Betrag des Minimums nach dieser Normierung der Signifikanz zugeordnet werden kann (s. Kapitel 6.1).

Für die Berechnung der oberen Grenzen wurden die χ^2-Verteilungen nach folgendermaßen normiert:

$$\Delta\chi^2_{\mathrm{og}}(\delta) = \chi^2(\delta) - \chi^2(\delta_0) - 4 \tag{A.1}$$

Der Verlauf von $\Delta\chi^2_{\mathrm{og}}(\delta)$ ist in Abbildung A.2 zu sehen. Die Verschiebung nach Gleichung (A.1) ist so gewählt, dass die Verteilung bei $\chi^2(\delta_0) + 4 = 0$ ist. In diesem Fall schneidet die Verteilung die x-Achse dort, wo δ den Wert der oberen Grenze δ_{og} annimmt. Somit können die jeweiligen oberen Grenzen δ_{og} der Dipolamplitude für jede Richtung in der Himmelskugel ermittelt werden, indem die jeweiligen Nullstellen der $\Delta\chi^2_{\mathrm{og}}(\delta)$-Verteilungen gefunden werden. Dazu wurde eine Funktion in Python definiert, die Gleichung (A.1) entspricht und ein Startwert bei $\delta_\downarrow \equiv \delta = 0$ und $\delta_\uparrow \equiv \delta = 1$ festgelegt. Der Wert der Funktion ist bei $\delta = 1$ positiv. Nun wird überprüft, ob der Wert in der Funktion in der Hälfte h_1 des Intervalls von den δ-Startwerten positiv oder negativ ist. Ist der Wert negativ, so wird der Wert von $\delta_\uparrow$ heruntergesetzt auf die Stelle h_1. Ist der Wert hingegen positiv, so wird $\delta_\downarrow$ auf die Stelle h_1 hochgesetzt. Dann wird wieder überprüft, ob die Funktion in der Hälfte h_2 des neuen Intervalls positiv oder negativ ist

[1] Die somit als Elektronen identifizierten Ereignisse sind noch nicht mit den Korrekturfaktoren aus Kapitel 6.2 versehen.

[2] Werte (j) von 0 bis 1 in 0,001-Schritten.

und die Grenzen des Intervalls werden je nach Ergebnis wieder entweder vom oberen oder unteren Ende auf die Stelle h_2 verschoben. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis der Betrag des resultierenden positiven oder negativen Wertes der Funktion kleiner ist als 10^{-4}. Dieser Wert gibt die Genauigkeit der Methode an. Die Genauigkeit ist beliebig optimierbar und wurde im Programmcode auf 10^{-4} festgelegt.

A.4 Abhängigkeiten der oberen Grenzen

In diesem Abschnitt sollen noch einige Abhängigkeiten der oberen Grenzen der Dipolamplituden diskutiert werden. Dafür wird der Energiebereich ΔE_2 betrachtet. In Tabelle A.4 ist die Abhängigkeit der oberen Grenze von verschiedenen Werten von ϵ_{sys} (s. Kapitel 6.2) in Richtung des Pulsars Monogem zusammengefasst. In Abbildung A.3 ist ϵ_{sys} gegen die resultierenden oberen Grenzen δ_{og} aufgetragen. Das angenommene Konfidenzintervall ist dabei auf 2σ festgelegt. Wie zu erwarten ist, werden die oberen Grenzen schlechter, je größer der Einfluss des systematischen Fehlers wird. Der blaue Stern in der Abbildung repräsentiert den Wert von ϵ_{sys}, der in dieser Arbeit ermittelt und für die Berechnung der Ergebnisse verwendet wurde. Die oberen Grenzen für die gesamte Himmelskugel sind analog zu Abbildung 6.4 mit $\epsilon_{\text{sys}} = 10\%$ in Abbildung A.5 zu sehen.

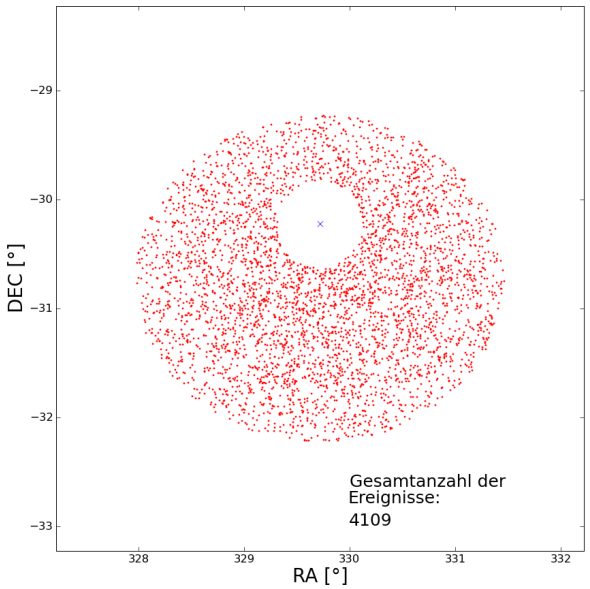
Außerdem wurde die Abhängigkeit von der Wahl des Konfidenzintervalls überprüft. Für die in der Arbeit präsentierten oberen Grenzen der Dipolamplituden wurde ein Konfidenzintervall von 2σ festgelegt. In Tabelle A.5 sind die oberen Grenzen (ebenfalls für die Richtung von Monogem) in Abhängigkeit einiger Konfidenzintervalle zusammengefasst und in Abbildung A.4 gegeneinander aufgetragen. Der Einfluss des systematischen Fehlers ist hierbei auf $\epsilon_{\text{sys}} = 0{,}069$ festgelegt. Das entspricht dem Wert, der in der Analyse ermittelt und verwendet wurde. Der blaue Stern in der Abbildung repräsentiert das Konfidenzintervall (2σ), das in dieser Arbeit für die Berechnung der Ergebnisse angenommen wurde. In Abbildung A.6 (a), (b) und (c) sind jeweils die oberen Grenzen für die gesamte Himmelskugel für Konfidenzintervalle 1σ, 2σ und 3σ zu sehen.

Tabelle A.4: Obere Grenzen δ_{og} in Abhängigkeit von ϵ_{sys}.

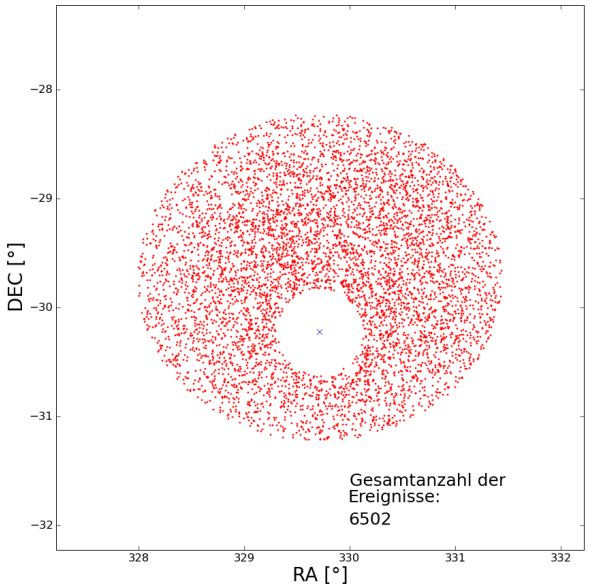
ϵ_{sys}	δ_{og} (Monogem)	δ_{og} (Minimum)
0,04	0,060	0,048
0,05	0,064	0,052
0,06	0,069	0,055
0,07	0,074	0,059
0,08	0,080	0,063
0,09	0,086	0,067
0,10	0,092	0,071
0,11	0,098	0,075
0,12	0,105	0,080
0,13	0,111	0,084
0,14	0,118	0,089

Tabelle A.5: Obere Grenzen δ_{og} in Abhängigkeit vom Konfidenzintervall.

σ	δ_{og} (Monogem)	δ_{og} (Minimum)
1	0,027	0,020
2	0,074	0,058
3	0,123	0,097
4	0,173	0,136
5	0,223	0,175



(a) Beobachtung etwas unterhalb der betrachteten Quelle (PKS 2155-304).



(b) Beobachtung etwas oberhalb der betrachteten Quelle (PKS 2155-304).

Abbildung A.1: Alle Ereignisse eines Beispiel-Runs, der auf die Quelle PKS 2155-304 gerichtet wurde nach dem Quellenschnitt. In (a) liegt die Beobachtungsrichtung etwas unterhalb der Quelle. In (b) liegt die Beobachtungsrichtung etwas oberhalb der Quelle.

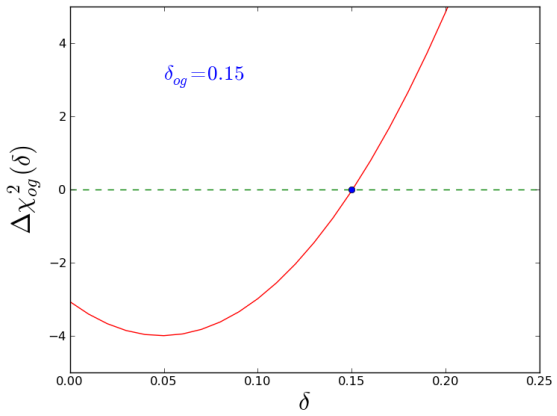


Abbildung A.2: Verteilung von $\Delta\chi^2_{\mathrm{og}}(\delta)$. Der Wert der oberen Grenze von δ liegt dort, wo die x-Achse geschnitten wird. Somit kann man den Wert durch Nullstellenbestimmung ermitteln.

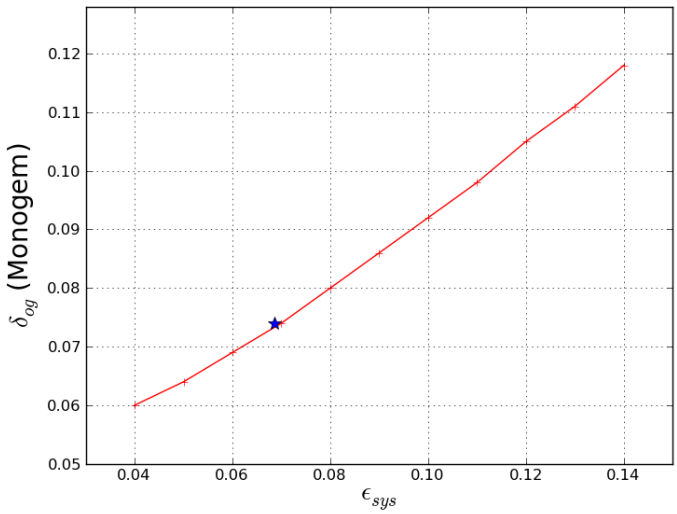


Abbildung A.3: Obere Grenze der Dipolamplitude δ_{og} in Richtung von Monogem in Abhängigkeit des Einflusses systematischer Fehler ϵ_{sys}. Der blaue Stern kennzeichnet den in dieser Arbeit verwendeten Wert von ϵ_{sys}.

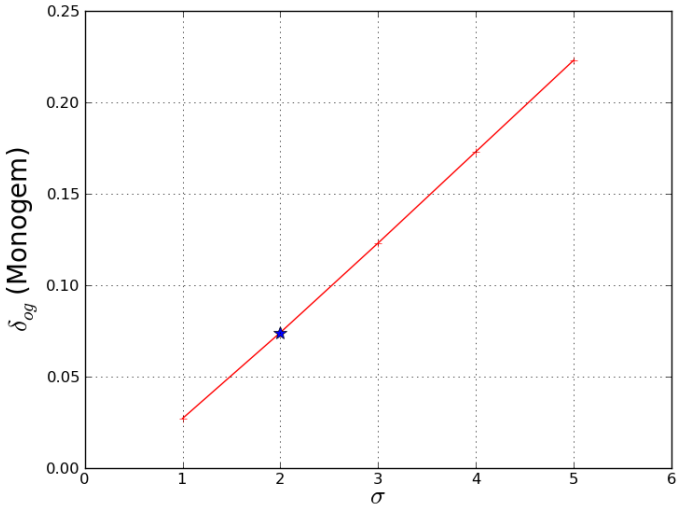


Abbildung A.4: Obere Grenze der Dipolamplitude δ_{og} in Richtung von Monogem in Abhängigkeit des angenommenen Konfidenzintervalls. Der blaue Stern kennzeichnet das in dieser Arbeit angenommene Konfidenzintervall.

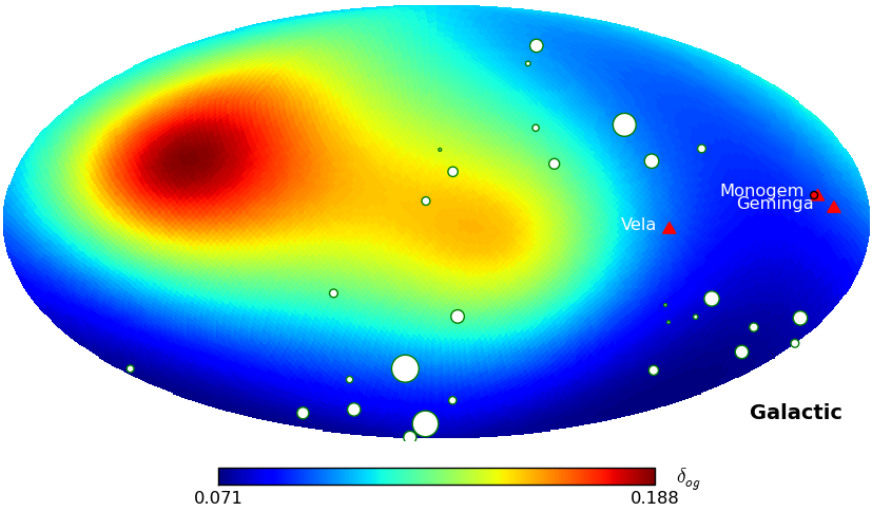
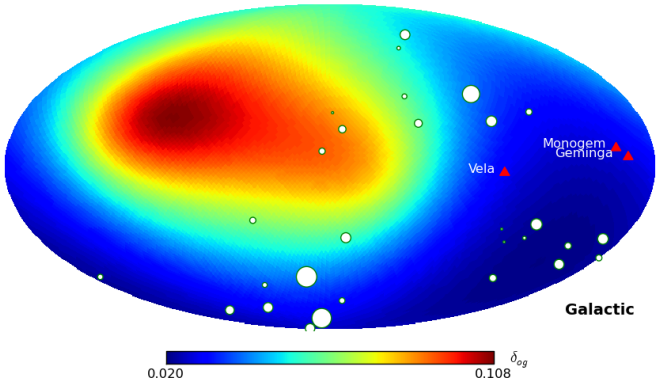
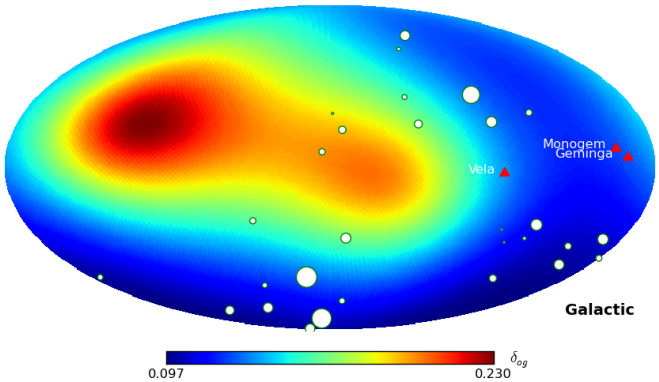


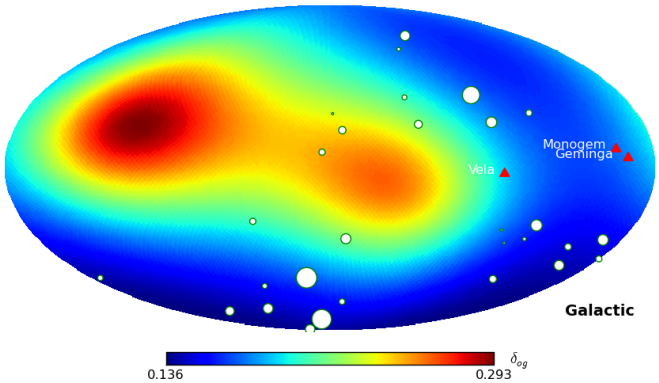
Abbildung A.5: Beispiel der oberen Grenzen (2σ-Konfidenzintervall) mit $\epsilon_{\mathrm{sys}} = 10\%$. Alle abgebildeten Inhalte entsprechen den gleichen Definitionen wie in Abbildung 6.4.



(a) ΔE_1



(b) ΔE_2



(c) ΔE_2

Abbildung A.6: Beispiel der oberen Grenzen ($\epsilon_{\text{sys}} = 6{,}9\%$) mit (a): 1σ-Konfidenzintervall, (b): 3σ-Konfidenzintervall und (c): 4σ-Konfidenzintervall. Alle abgebildeten Inhalte entsprechen den gleichen Definitionen wie in Abbildung 6.4.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinen Eltern, Großeltern und meiner Schwester für die herzliche Unterstützung während meines Studiums bedanken.
Außerdem möchte ich mich bei Prof. Dr. Dieter Horns für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe und die Vergabe des interessanten Themas meiner Diplomarbeit bedanken. Ich habe in der Zeit, die ich in der Arbeitsgruppe verbracht habe, viele nette und hilfsbereite Menschen kennengelernt und viele interessante Dinge gelernt.
Ein besonderer Dank geht an Hannes Zechlin, der sich als Betreuer immer sehr viel Zeit für mich genommen und mir mit vielen Gesprächen geholfen hat.
Danke auch an die ganze Arbeitsgruppe dafür, dass mir immer gerne geholfen wurde, wenn ich Fragen hatte.
Außerdem möchte ich mich auch bei meiner Freundin und meinen Freunden dafür bedanken, dass ich während des gesamten Studiums und besonders in der Zeit, in der ich die Diplomarbeit verfasst habe, sehr viel Unterstützung bekommen habe.

Erklärung

Hiermit versichere ich, Marco Prüser, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine weiteren Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen verwendet habe. Mit einer universitätsinternen Veröffentlichung bin ich einverstanden.

Hamburg, den Marco Prüser